

**Die Analyse des Bedeckungslichtwechsels
veränderlicher Sterne**

Peter-Kristian Escher-Vetter

München 1977



Digitized by the Internet Archive
in 2026

https://archive.org/details/IA41555626_0073

Die Analyse des Bedeckungslichtwechsels
veränderlicher Sterne

Inaugural-Dissertation
zur Erlangung des Doktorgrades
des Fachbereichs Physik
der Ludwig-Maximilians-Universität München

vorgelegt von
Peter-Kristian Escher-Vetter
München 1977



1. Referent: Prof. Dr. P. Wellmann

2. Referent: Prof. Dr. H.-G. Groth

Tag der mündlichen Prüfung: 14. Februar 1977

Inhaltsverzeichnis

Zusammenfassung

1. Einleitung	1
2. Beschreibung der Modelle, die der Ausgleichung zugrunde liegen	3
2.1. Berechnung der Radialgeschwindigkeitskurven	3
2.2. Berechnung der Lichtkurven	7
2.3. Berechnung der Lichtkurven bei variabler Flächenhelligkeit des Sterns	15
2.4. Berücksichtigung der Variabilität der Systemparameter	23
3. Beschreibung der verwendeten Analyseverfahren	25
3.1. Allgemeine Betrachtungen zu den Ausgleichsverfahren	25
3.2. Radialgeschwindigkeitskurven	28
3.3. Lichtkurven	30
4. Beispiele zu den beschriebenen Modellen und Analyseverfahren	35
4.1. Radialgeschwindigkeitskurve	35
4.2. Lichtkurve	37
4.3. Hot Spot Kurven	40
4.4. Lichtkurven mit zeitveränderlichen Systemparametern	46
5. Programmbeschreibung	51
Literaturverzeichnis	58

Zusammenfassung

Für die Auswertung von Lichtkurven photometrischer Doppelsterne und von Radialgeschwindigkeitskurven spektroskopischer Doppelsterne wurde ein dialogorientiertes Programmpaket erstellt. Die Reduktion der Meßwerte und die Ermittlung der Systemparameter des Doppelsternsystems nach der Methode der kleinsten Quadrate kann unter ständiger graphischer Kontrolle und Eingriffsmöglichkeit vorgenommen werden. So kann den im Zusammenhang mit nichtlinearen und vielparametrischen Ausgleichsverfahren auftretenden Schwierigkeiten mit einer Reihe von Maßnahmen wirksam begegnet werden.

Ferner wurde das der Auswertung zugrunde liegende Doppelsternmodell durch den Gesichtspunkt der Veränderlichkeit seiner Komponenten durch das Auftreten von Hot Spots sowie von Pulsationen erweitert.

1. Einleitung

In ihrer Helligkeit veränderliche Sterne sind schon seit 1596 bekannt. Montanari bemerkt 1667 den Lichtwechsel von Algol (β Per), den J. Goodricke 1783 als Sternfinsternis deutet. Die endgültige Bestätigung dieser Erklärung gelingt H.C. Vogel 1889 mit dem Nachweis des Doppelsterncharakters von Algol durch die Messung periodischer Linienverschiebungen.

Von H.N. Russell [1] stammt 1912 die erste moderne Theorie der Bedeckungsveränderlichen, die zusammen mit H. Shapley [2] erweitert wurde und in einer Neuformulierung zusammen mit J.E. Merrill [3] 1952 einen vorläufigen Abschluß fand. Einen anderen Weg bei der Berechnung von Bedeckungsveränderlichen schlagen Hill und Hutchings [4] (1970), Wood [5] (1971), Wilson und Devinney [6] (1971) ein durch die Beschreibung der Sternoberflächen als Äquipotentialflächen des Gesamtpotentials zweier rotierenden Massen, durch die Berechnung der Gesamtintensität durch Aufintegration der lokalen Intensität aus der lokalen Temperaturschichtung der Sternatmosphäre und durch die genaue Berücksichtigung des Reflexionseffektes. Diese Modelle liefern wichtige physikalische Aussagen über den Stern wie Temperaturverteilung, atmosphärischen Aufbau, Massenverteilung, erfordern jedoch selbst auf großen Computern Rechenzeiten im 20-Stunden-Bereich [7].

In der vorliegenden Arbeit wird ein Programmpaket vorgestellt, das es gestattet, Radialgeschwindigkeitskurven und Lichtkurven herkömmlicher UBV-Photometrie zu analysieren. Dem Doppelsternmodell liegt eine analytische Darstellung der Lichtkurve auf geometrischer Basis zugrunde, wie ich sie in meiner Diplomarbeit [8] entwickelt habe. Die dialogorientierte Programmform bringt durch die sofortige Eingriffsmöglichkeit und die ständige graphische Kontrolle über das jeweilige Datenmaterial durch den Bearbeiter wesentliche Vorteile bei der Datenreduktion und bei der Berechnung der Systemparameter aus den Meßkurven. Da in der Astronomie die Messungen selten Routinemessungen sind, sondern fast immer jeweils verschieden behandelt werden müssen, erscheint eine vollautomatische maschinelle Bearbeitung ohne ständige Kontrolle durch den Bearbeiter nicht sinnvoll und auch nicht möglich. Durch die Möglichkeit, die zu einem Satz von Parametern eines Doppelsternsystems zugehörigen Licht- und Radialgeschwindigkeitskurven sofort graphisch auf dem Bildschirm dargestellt zu sehen, erlernt der Bearbeiter rasch, welchen Einfluß die verschiedenen Parameter und Parameterkombinationen auf die Kurven ausüben. Die Fähigkeit des Menschen, verhältnismäßig leicht nichtlineare mehrdimensionale Anpassungen vornehmen zu können, kann umgekehrt günstig im Programm etwa für die Gewinnung von Näherungslösungen eingesetzt werden.

2. Beschreibung der Modelle, die der Ausgleichung zugrunde liegen

2.1. Berechnung der Radialgeschwindigkeitskurven

Umkreisen zwei Sterne aufgrund ihrer gegenseitigen Gravitationswechselwirkung ihren gemeinsamen Massenmittelpunkt, so tritt bei geeigneter Orientierung der Bahn im Raum eine periodische Änderung der Entfernung zwischen dem im Zentrum unseres Planetensystems gedachten Beobachter und dem jeweiligen Stern auf. Aus der durch den Dopplereffekt auftretenden Wellenlängenänderung des beobachteten Sternlichts läßt sich die radiale Komponente des Geschwindigkeitsvektors relativ zur Sonne, die Radialgeschwindigkeit RG des Sterns, berechnen. Sie setzt sich zusammen aus der als konstant anzunehmenden radialen Komponente der Schwerpunktsgeschwindigkeit γ_s zwischen Massenzentrum des Doppelsternsystems und Sonne und dem durch die Bahnbewegung der betreffenden Doppelsternkomponente auftretenden periodischen Anteil $\dot{z}$:

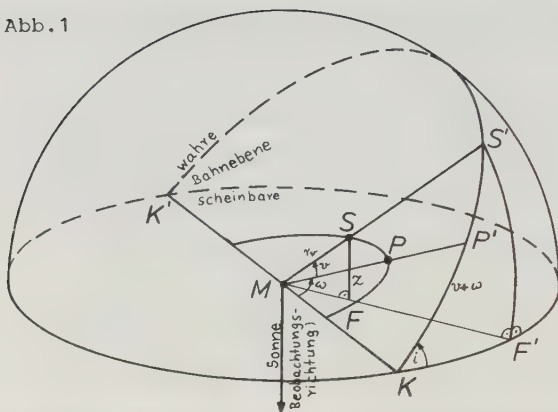
$$(1) \quad RG = \gamma_s + \dot{z}$$

Führt man die die Lage der Bahn im Raum beschreibenden Bahnelemente (Abb. 1)

Neigungswinkel i (= Winkel zwischen der wahren und der auf der Beobachtungsrichtung senkrecht stehenden scheinbaren Bahnebene)

und

Abb. 1



M Massenzentrum, S Stern, F scheinbarer Sternort, P Periastron
 z Abstand Stern-scheinbare Bahnebene, ω Periastronlänge, Winkel $\angle SMP = \angle S'MP' =$ wahre Anomalie ν , KK' Knotenlinie

Periastronlänge ω (= Winkel zwischen der großen Halbachse der Bahnellipse und der als Knotenlinie bezeichneten Schnittlinie KK' zwischen wahrer und scheinbarer Bahnebene)

sowie die den Ort des Sterns in der Bahnellipse kennzeichnenden Größen

Radiusvektor r_ν (= Abstand zwischen Stern und Massenzentrum des Systems)

und

wahre Anomalie ν (= Winkel zwischen großer Halbachse und Radiusvektor)

ein, so gilt :

$$z = r_\nu \sin \nu$$

Aus dem rechtwinkligen sphärischen Dreieck $KS'F'$ folgt:

$$\sin S'F' = \sin i \sin KS' = \sin i \sin(v+\omega).$$

Also : $z = r_s \sin i \sin(v+\omega).$

Mit dem ersten und zweiten Keplerschen Gesetz

$$(2) \quad r_s = \frac{a(1-e^2)}{1+e \cos v} \quad r_s^2 \frac{dv}{dt} = \frac{2\pi}{P} a^2 \sqrt{1-e^2},$$

wobei die numerische Exzentrizität mit e , die große Halbachse der Bahnellipse mit a und die Umlaufsdauer mit P bezeichnet ist, folgt für die Zeitableitung $\dot{z}$

$$(3) \quad \dot{z} = \frac{2\pi}{P} \cdot \frac{a \sin i}{\sqrt{1-e^2}} (e \cos \omega + \cos(v+\omega)).$$

Mit den Konstanten

$$K := \frac{2\pi}{P} \cdot \frac{a \sin i}{\sqrt{1-e^2}} \quad \text{und} \quad G := r_s + K e \cos \omega$$

erhält man die Grundgleichung der Radialgeschwindigkeitskurve

$$(4) \quad RG = G + K \cos(v+\omega),$$

also die Radialgeschwindigkeit in Abhängigkeit von den Systemparametern und der wahren Anomalie v .

Die Radialgeschwindigkeit des zweiten Sterns ergibt sich in gleicher Weise; nur zwei Parameter müssen verändert werden: die große Halbachse a entsprechend der anderen Masse des zweiten Sterns und der Winkel ω der durch $\omega+\pi$ zu ersetzen ist.

Um aus einer gemessenen Radialgeschwindigkeitskurve die Systemgrößen etwa durch eine Ausgleichsrechnung ermitteln zu können, muß man noch den Zusammenhang zwischen wahrer Anomalie v und der Zeit t kennen. Diesen liefert

die Theorie des Zweikörperproblems:

$$(5) \quad \tan \frac{E}{2} = \sqrt{\frac{1-e}{1+e}} \tan \frac{v}{2}$$

$$M = E - e \sin E \quad (\text{Keplersche Gleichung})$$

$$M = \frac{2\pi}{P} (t - T) \quad \text{bzw.} \quad M = \frac{2\pi}{P} \cdot t - M_0 \quad \text{falls} \quad M_0 := \frac{2\pi}{P} \cdot T$$

Dabei heißen die Hilfsgrößen E und M exzentrische bzw. mittlere Anomalie und mit T ist der Zeitpunkt des Periastrondurchgangs bezeichnet. Statt des Parameters T wird im folgenden als Systemparameter die Größe M_0 verwendet. Dabei ist $-M_0$ die mittlere Anomalie, die der Stern zum Zeitpunkt 0 der jeweiligen Zeitzählung hatte. Bei der Berechnung von Radialgeschwindigkeitskurven und ihrer Ausgleichung hat man es mit dem umgekehrten Fall zu tun: es ist die Zeit t und damit auch die mittlere Anomalie M gegeben und gesucht ist die wahre Anomalie v . Wegen der Transzendenz der Keplerschen Gleichung ist dies nur durch numerische Verfahren zu lösen. Mit

$$(6) \quad M := \frac{2\pi}{P} \cdot t - M_0;$$

$$v := \text{Anomalie}(e, M);$$

wird im Programm diese Aufgabe gelöst durch die Nullstellenbestimmung einer Funktion $\psi = x - e \sin x - M$ nach einem Verfahren von Peters und Wilkinson [9], das auf einer Zerlegung in Zweierpotenzen basiert und das anwendbar ist, weil man zeigen kann, daß die interessierende Nullstelle für $e \in [0, 1]$ und $M \in [0, \pi]$ immer im Intervall $[0, \pi]$ liegt. Für $M \in \langle \pi, 2\pi \rangle$ kann man das Problem aus Symmetriegründen auf den

Fall $M \rightarrow 2\pi - M$ zurückführen. Die direkte iterative Lösungsmethode $x_n := M + e \sin x_{n-1}$ habe ich nur für kleine Werte der Exzentrizität e verwendet.

Die Radialgeschwindigkeiten der beiden Sterne sind im betrachteten Zeitpunkt t von folgenden Größen abhängig:

der Periode P ,

den Halbachsen a_1 bzw. a_2 multipliziert mit $\sin i$,

der numerischen Exzentrizität e , $e \in [0, 1]$

der Periastronlänge ω ,

dem Nullpunkt der mittleren Anomalie M_0 ,

sowie der Schwerpunktsgeschwindigkeit γ_s :

$$(7) \quad \begin{aligned} RG_1 &= f(t, P, a_1 \sin i, e, \omega, M_0, \gamma_s) \\ RG_2 &= f(t, P, a_2 \sin i, e, \omega + \pi, M_0, \gamma_s) \end{aligned}$$

Im Programm berechnen die Prozeduren ANOM und RGBESETZE nach diesem Algorithmus die Radialgeschwindigkeitskurven.

2.2. Berechnung der Lichtkurve

Grundlage des verwendeten Modells zur Beschreibung der Lichtkurve ist eine Erweiterung des Modells sphärischer, randverdunkelter Sterne, das ich in meiner Diplomarbeit entwickelt habe [8].

Ist der Neigungswinkel i groß genug, so bedecken sich die beiden Sterne gegenseitig während ihres Umlaufs um ih-

ren Schwerpunkt und der Beobachter auf der Erde, der, wegen der großen Entfernung, das Doppelsternsystem nicht in zwei Einzelsterne auflösen kann, mißt eine Abnahme der Helligkeit des Doppelsternsystems.

Man betrachte noch einmal Abb. 1. Jetzt sei M nicht mehr das Massenzentrum sondern die eine Doppelsternkomponente und S die andere. Es wird - wie in der Analyse von Lichtkurven üblich - die Bahn des einen Sterns bezogen auf den anderen betrachten. Diese relative Bahn ist eine Ellipse, deren Kenndaten wie Exzentrizität e , Umlaufperiode P , Periastronlänge ω denen der absoluten Bahn gleich sind, lediglich die große Halbachse a hat einen anderen Wert: $a = a_1 + a_2$. Eine Bedeckung eines Sternes durch den anderen findet offenbar dann statt, wenn der scheinbare Abstand d , in der Zeichnung die Strecke $\overline{MF}$, kleiner ist als die Summe der Radien R und r beider Sterne.

Bedeckung: $d < R + r$

Es gilt: $d = \overline{MF} = r_v \cos S'F' = r_v \sqrt{1 - \sin^2 S'F'} = r_v \sqrt{1 - \sin^2 i \sin^2 (v + \omega)}$

mit (2) folgt

$$(8) \quad d = \frac{a(1-e^2)}{1+e \cos v} \sqrt{1 - \sin^2 i \sin^2 (v + \omega)}$$

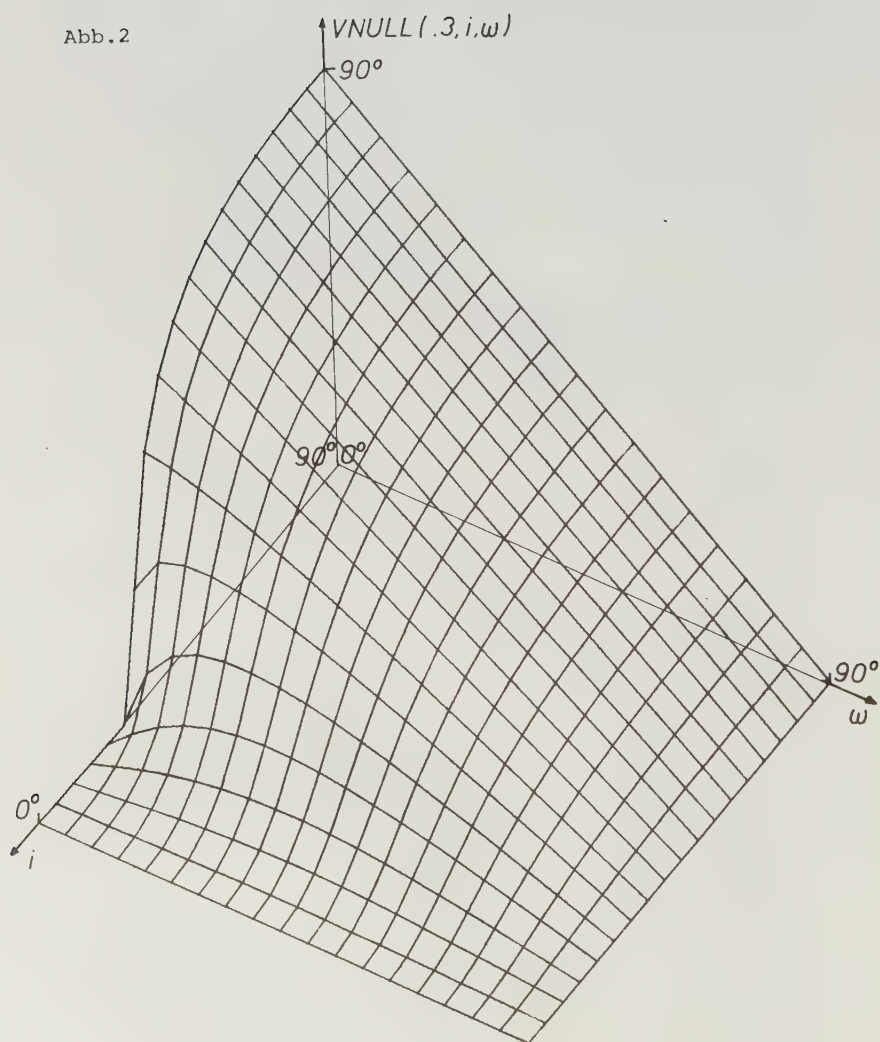
(Wurde in Punkt 2.1 die Radialgeschwindigkeitskurve mit Hilfe der Komponente $\overline{SF}$ des Radiusvektor $\overline{MS}$ berechnet, so wird jetzt seine zweite Komponente $\overline{MF}$ verwendet.)

Ist der Zeitpunkt t gegeben, so berechnet sich der scheinbare Abstand d nun nach folgender Vorschrift:

$$\begin{aligned}
 (9) \quad M &:= \frac{2\pi}{P} \cdot t + MN; \\
 v &:= \text{Anomalie}(e, M); \\
 d &:= \frac{a(1-e^2)}{1+e \cos v} \sqrt{1 - \sin^2 i \sin^2(v+\omega)},
 \end{aligned}$$

wobei a als Längeneinheit, d.h. $a=1$ genommen wird. Der Nullpunkt der mittleren Anomalie MN ist jetzt gegeben durch die in der Behandlung von Lichtkurven übliche Konvention, den Nullpunkt der Zeitzählung bzw. den Nullpunkt der Phase t/P in ein Minimum der Lichtkurve (gewöhnlich in das tiefere) zu legen. Zu diesem Zeitpunkt nimmt bei üblichen, d.h. bei rotations-symmetrischen und im Zentrum der Sternscheibe minimalen Randverdunklungen auch der Abstand d sein Minimum an. Man hat also diejenige wahre Anomalie VN zu bestimmen, zu der der Abstand d minimal wird. Die mittlere Anomalie MN ergibt sich dann aus VN mit Hilfe von Gleichung (5); aus MN ist dann der gesuchte Zeitpunkt zu errechnen. Die Bestimmung von VN über die Ableitung von d nach v führt nach einer geeigneten Transformation auf eine Gleichung vierten Grades. Welche der zwei oder vier reellen Nullstellen dieser Gleichung nach der Rücktransformation die gewünschte Lösung liefert, ist nur durch probeweises Ausrechnen der zugeordneten Abstände mit anschließender Minimumsuche zu entscheiden. Im Programm wird diese Aufgabe von der Prozedur $VNULL$ übernommen: $VN := VNULL(e, i, \omega)$; Eine Übersicht über die Ergebnisse bei $e=0.3$ findet man in Abb. 2. Dort ist

Abb. 2



VN im Bereich $i = 0^\circ \dots 90^\circ$, $\omega = 0^\circ \dots 90^\circ$ gezeichnet. Für die restlichen Bereiche der Periastronlänge ω gilt:

$$VNULL(e, i, \omega) := -VNULL(e, i, 360^\circ - \omega) \quad \text{für} \quad 180^\circ < \omega \leq 360^\circ$$

$$VNULL(e, i, \omega) := -VNULL(e, i, 180^\circ - \omega) \quad \text{für} \quad 90^\circ < \omega \leq 180^\circ$$

Wie in [8] begründet, wird für die Mitte-Rand-Variation folgender Ansatz verwendet:

$$(10) \quad I(x) := I_0 \left(A + B \left(\frac{x}{R} \right)^2 + C \left(\frac{x}{R} \right)^4 \right)$$

$I(x)$ ist die Flächenhelligkeit in Abhängigkeit vom Abstand x des betrachteten Punktes vom Mittelpunkt des Sternscheibe vom Radius R . Die Koeffizienten A, B, C hängen dabei mit dem Randverdunklungskoeffizienten Γ durch

$$(11) \quad \begin{aligned} A &= 1 - \Gamma + \Gamma \frac{645\pi}{2048} \\ B &= -\Gamma \frac{240\pi}{2048} \\ C &= -\Gamma \frac{345\pi}{2048} \end{aligned}$$

zusammen.

Die Flächenhelligkeit I_0 ist durch

$$(12) \quad I_0 = L / (R^2 \pi (A + B/2 + C/3))$$

so normiert, daß die Integration der Flächenhelligkeit $I(x)$ über die Sternscheibe die Gesamthelligkeit L ergibt:

$$L = \int_{\lambda=0}^{2\pi} \int_{x=0}^R I(x) x dx d\lambda$$

Die Gleichungen (10), (11) und (12) sollen für den größeren Stern gelten; ersetzt man in ihnen die Großbuchstaben durch Kleinbuchstaben, so ergeben sich die entsprechenden Gleichungen für den kleineren Stern:

$$(13) \quad i(x) := i_0 \left(a + b \left(\frac{x}{r} \right)^2 + c \left(\frac{x}{r} \right)^4 \right)$$

$$(14) \quad \begin{aligned} a &= 1 - \gamma + \gamma \frac{645\pi}{2048} \\ b &= -\gamma \frac{210\pi}{2048} \\ c &= -\gamma \frac{315\pi}{2048} \end{aligned}$$

$$(15) \quad i_0 := \frac{l}{r^2 \pi (a + b/2 + c/3)}$$

Mit diesen Randverdunklungsfunktionen ergibt sich für den Lichtverlust H_{TR} bei einer Bedeckung des größeren Sterns durch den kleineren (Transit):

Transit

$$H_{TR} = \begin{cases} 0 & \text{für } 1 \geq d \geq R+r \\ 2 \int_{x=R \cos \varphi}^R \int_{y=0}^{\sqrt{R^2-x^2}} I_1(x,y) dx dy + 2 \int_{x=r \cos \lambda}^r \int_{y=0}^{\sqrt{r^2-x^2}} I_2(x,y) dx dy & R+r \geq d \geq R-r \\ \int_{x=0}^r \int_{\lambda=0}^{2\pi} I_3(x,\lambda) x dx d\lambda & \text{für } R-r \geq d \geq 0 \end{cases}$$

(16)

$$\text{mit } \varphi := \arccos \frac{d^2 + (R^2 - r^2)}{2Rd} \quad \lambda := \arccos \frac{d^2 - (R^2 - r^2)}{2rd}$$

und

$$I_1(x,y) := I(\sqrt{x^2 + y^2})$$

$$I_2(x,y) := I(\sqrt{(d-x)^2 + y^2})$$

$$I_3(x,\lambda) := I(\sqrt{x^2 + d^2 - 2xd \cos \lambda})$$

Für den Lichtverlust H_{occ} bei der Bedeckung des kleineren Sternes durch den größeren (Occultation) erhält man:

Occultation

$$H_{occ} := \begin{cases} 0 & \text{für } 1 \geq d \geq R+r \\ 2 \int_{x=r \cos \varphi}^r \int_{y=0}^{\sqrt{r^2-x^2}} i_1(x,y) dx dy + 2 \int_{x=R \cos \varphi}^R \int_{y=0}^{\sqrt{R^2-x^2}} i_2(x,y) dx dy & R+r \geq d \geq R-r \\ \int_{x=u}^r \int_{\lambda=0}^{2\pi} i_3(x,\lambda) x dx d\lambda & \text{für } R-r \geq d \geq 0 \end{cases}$$

(17)

mit

$$\varphi := \arccos \frac{d^2 + (R^2 - r^2)}{2Rd} \quad \chi := \arccos \frac{d^2 - (R^2 - r^2)}{2rd}$$

und

$$\begin{aligned} i_1(x,y) &:= i(\sqrt{x^2+y^2}) \\ i_2(x,y) &:= i(\sqrt{(d-x)^2+y^2}) \\ i_3(x,\lambda) &:= i(x) \end{aligned}$$

Ferner ist die Gesamthelligkeit des Systems durch

$$(18) \quad E = \int_{x=0}^R \int_{\lambda=0}^{2\pi} I(x) x dx d\lambda + \int_{x=0}^r \int_{\lambda=0}^{2\pi} i(x) x dx d\lambda = L + \mathcal{L}$$

gegeben. Alle Integrale der Gleichungen (16) und (17) lassen sich lösen. Die Ergebnisse dieser Integrationen sind in [8] angegeben.

Die Lichtkurve LK ist jetzt aus den Systemkonstanten
Periode P,

Exzentrizität e, $0 \leq e < 1$,

Neigung i, $0 \leq i \leq 90^\circ$,

Periastronlänge ω , $0 \leq \omega \leq 360^\circ$,

Radius R des größeren Sternes, $0 \leq R \leq 1$.

Helligkeit L des größeren Sterns, $0 \leq L \leq 1$,

Randverdunklungskoeffizient Γ des größeren Sterns, $0 \leq \Gamma \leq 1$,

Radius r des kleineren Sternes, $0 \leq r \leq 1$,

Helligkeit l des kleineren Sterns, $0 \leq l \leq 1$,

Randverdunklungskoeffizient γ des kleineren Sterns, $0 \leq \gamma \leq 1$,

nach den Gleichungen (9), (16) und (17) zu jedem

Zeitpunkt t zu berechnen :

$$LK = E - H_{TR} \text{ bzw. } E - H_{occ} .$$

(Es ist zu beachten, daß R und r in Einheiten der großen
Halbachse einzusetzen sind, und daß ferner statt des Radius
r das Radienverhältnis $k := r/R$ mit $0 \leq k \leq 1$ verwendet wird.)

Im Programm berechnen die Prozeduren LIKU und LKBESETZE
nach diesem Algorithmus die Lichtkurve.

Der Stern vom Radius R möge mit der Winkelgeschwindigkeit Ω rotieren und die Rotationsachse soll den Winkel z zur Richtung zum Beobachter bilden. (Abb.3) Sei $I_n = f(\vartheta, \varphi_0)$ die ortsabhängige Intensität in Richtung der Normalen zur Sternoberfläche im Punkt ϑ, φ_0 . ϑ, φ_0 sei dabei ein mit dem Stern mitrotierendes Kugelkoordinatensystem, in der die Rotationsachse durch $\vartheta=0$ gekennzeichnet ist. ϑ, φ sei das zugehörige relativ zum Beobachter ruhende System mit gleicher Polachse. Zwischen beiden Systemen gilt $\varphi = \varphi_0 + \Omega t$, so daß für den ruhenden Beobachter die Intensität $I_n = f(\vartheta, \varphi - \Omega t)$ zeitabhängig wird. Für f müssen folgende Periodizitäts- und Anschlußbedingungen gelten:

$$\begin{aligned} f(\vartheta, \varphi) &= f(\vartheta, \varphi + 2\pi n) & \forall n \in \mathbb{Z} \\ f(0, \varphi) &= f(0, \varphi') & \forall \varphi, \varphi' \in \mathbb{R} \\ f(\pi, \varphi) &= f(\pi, \varphi') & \forall \varphi, \varphi' \in \mathbb{R}. \end{aligned}$$

$I_\varepsilon = g(I_n, \varepsilon)$ sei die in einem Winkel ε zur Normalen im betrachteten Punkt ϑ, φ der Sternoberfläche ausgestrahlte Intensität. g heißt Strahlungscharakteristik.

Der Beobachter empfängt die Strahlungsleistung

$$(19) \quad I = \oint I_\varepsilon d\Omega,$$

wobei über den vom Beobachter aus sichtbaren Teil des Sterns zu integrieren ist.

Zur Integration von (19) sei ein Kugelkoordinatensystem g, λ gewählt, dessen Pol in Richtung zum Beobachter zeigt. Es gilt $\varepsilon = \lambda$. Gleichung (19) formt sich dann um zu

$$(20) \quad I = \int_{\vartheta=0}^{2\pi} \int_{\lambda=0}^{\pi/2} I_{\varepsilon} R^2 \sin \lambda d\lambda d\vartheta$$

mit $I_{\varepsilon} = g(f(\vartheta(\vartheta, \lambda), \varphi(\vartheta, \lambda)), \varepsilon)$ und $\varepsilon = \lambda$.

Der Zusammenhang zwischen ϑ, λ und ϑ, φ ist durch das sphärische Dreieck PTB (Pol P, betrachteter Punkt T und Zentrum der für den Beobachter sichtbaren Sternscheibe B) gegeben und lautet:

$$Z = 0 \Rightarrow \vartheta = \lambda, \varphi = \vartheta$$

$$Z \neq 0 \wedge \vartheta = 0, 2\pi \Rightarrow \vartheta = Z - \lambda, \varphi = \pi$$

$$Z \neq 0 \wedge \vartheta = \pi \Rightarrow \vartheta = Z + \lambda, \varphi = \pi$$

$$Z \neq 0 \wedge \vartheta \neq \pi, n=0,1,2 \Rightarrow \vartheta = \arccos(\cos Z \cos \lambda + \sin Z \sin \lambda \cos \varphi)$$

$$\varphi = \arccos \frac{\cos Z \cos \vartheta - \cos \lambda}{\sin Z \sin \vartheta} \quad \varphi = -\varphi \text{ falls } \vartheta \in (\pi, 2\pi)$$

Da die Intensitätsverteilung I_n im Normalfall nur empirisch gegeben ist, muß die Auswertung des Integrals (20) durch numerische Integration erfolgen. Bei einem Hot Spot ist I_n fast auf der gesamten Sternoberfläche konstant und ist nur in einem vergleichsweise kleinen Areal von diesem konstanten Wert merklich verschieden. Eine numerische Integration wie nach einem Gaußverfahren erfordert eine hohe Stützpunktzahl um kleine Strukturen noch zu erfassen. Ein Integrationsverfahren, dessen Stützpunktdichte den jeweiligen Erfordernissen des Integranden anzupassen ist, wäre vorteilhaft. Solch ein Verfahren kann man durch die Integration mittels bikubischer Splinefunktionen konstruieren. Dabei ist allerdings das Grundgebiet, über dem diese Funktionen konstruiert werden, notwendigerweise ein Rechteck.

Nun ist zwar Gleichung (20) als Integral mit dem Integranden $I_E R^2 \sin \lambda$ über dem Rechteck $0 \leq \varrho \leq 2\pi$ und $0 \leq \lambda \leq \frac{\pi}{2}$ in einer ϱ, λ Ebene aufzufassen, jedoch stört die Abbildung des Zentrums $\lambda = 0$ auf eine Rechteckseite. Ich habe daher die Sternscheibe zunächst auf ein Rechteck, speziell ein Quadrat abgebildet durch die folgende Transformation: $\tilde{x}, \tilde{y}$ seien die den Polarkoordinaten ϱ, λ durch $\tilde{x} = \lambda \cos \varrho, \tilde{y} = \lambda \sin \varrho$ zugeordneten kartesischen Koordinaten. Dann wird ein Kreis vom Radius R auf ein Quadrat der Seitenlänge 2a abgebildet durch:

$$x = \frac{a}{R} \tilde{x} \sqrt{\tilde{x}^2 + \tilde{y}^2} \operatorname{Min} \left(\frac{1}{|\tilde{x}|}, \frac{1}{|\tilde{y}|} \right)$$

$$y = \frac{a}{R} \tilde{y} \sqrt{\tilde{x}^2 + \tilde{y}^2} \operatorname{Min} \left(\frac{1}{|\tilde{x}|}, \frac{1}{|\tilde{y}|} \right)$$

mit der Funktionaldeterminante

$$D = \left(\frac{a}{R} \right)^2 \frac{\tilde{x}^2 + \tilde{y}^2}{\operatorname{Max}(\tilde{x}^2, \tilde{y}^2)}.$$

Die Umkehrabbildung lautet dann

$$\tilde{x} = \frac{R}{a} \frac{x}{\sqrt{x^2 + y^2}} \operatorname{Max}(|x|, |y|)$$

$$\tilde{y} = \frac{R}{a} \frac{y}{\sqrt{x^2 + y^2}} \operatorname{Max}(|x|, |y|)$$

$$\tilde{D} = \left(\frac{R}{a} \right)^2 \frac{\operatorname{Max}(x^2, y^2)}{x^2 + y^2}.$$

Der neue Integrand ist dann I_E multipliziert mit der Funktionaldeterminante. (Der Term $R^2 \sin \lambda$ fällt wegen des zunächst auszuführenden Übergangs auf $\tilde{x}, \tilde{y}$ weg.)

Das Quadrat $-a \leq x, y \leq a$ wird nun mit einer nicht äquidistanten Zerlegung $[x_1 < x_2 < \dots < x_{n-1} < x_n]$, $x_1 = -a$, $x_n = a$ und $[y_1 < y_2 < \dots < y_{m-1} < y_m]$, $y_1 = -a$, $y_m = a$ versehen, die

gerade dort eine geringe Maschenweite haben soll, wo I_n vom konstanten Wert merklich verschieden ist. (Abb.4)

Die Approximation des Integranden $f(x,y)$ durch bikubische

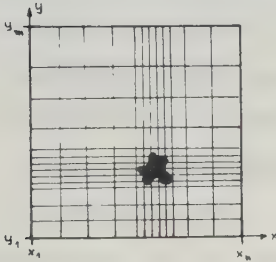


Abb.4

Splinefunktionen liefert für

ihn in dem Rechteck $x_i \leq x \leq x_{i+1}$,

$1 \leq i \leq n-1$, $y_j \leq y \leq y_{j+1}$, $1 \leq j \leq m-1$

die Darstellung [11] - [13] :

$$(21) \quad f_{ij}(x,y) = \sum_{k=0}^3 \sum_{l=0}^3 A_{kl}^{ij} (x-x_i)^k (y-y_j)^l$$

Dieses Rechteck liefert dann

folgenden Beitrag T_{ij} zur Ge-

samthelligkeit:

$$T_{ij} = \int_{x_i}^{x_{i+1}} \int_{y_j}^{y_{j+1}} f_{ij}(x,y) dx dy = \int_{x_i}^{x_{i+1}} \int_{y_j}^{y_{j+1}} \sum_{k=0}^3 \sum_{l=0}^3 A_{kl}^{ij} (x-x_i)^k (y-y_j)^l dx dy$$

$$(22) \quad T_{ij} = \sum_{k=0}^3 \sum_{l=0}^3 A_{kl}^{ij} M_{kl} (\Delta x_i)^{k+1} (\Delta y_j)^{l+1}$$

mit $M_{kl} := \frac{1}{k+1} \frac{1}{l+1} \quad \Delta x_i := x_{i+1} - x_i \quad \Delta y_j := y_{j+1} - y_j \quad 0^0 := 1$

d.h. das einzelne Rechteckelement liefert als Beitrag zum

Integral im wesentlichen die Summe seiner sechzehn Spline-

koeffizienten unter der Gewichtsmatrix M

$$M = \begin{pmatrix} 1 & \frac{1}{2} & \frac{1}{3} & \frac{1}{4} \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{4} & \frac{1}{6} & \frac{1}{8} \\ \frac{1}{3} & \frac{1}{6} & \frac{1}{9} & \frac{1}{12} \\ \frac{1}{4} & \frac{1}{8} & \frac{1}{12} & \frac{1}{16} \end{pmatrix}$$

Der Fehler, den man bei dieser Integration begeht, ist nur durch die Güte bestimmt, mit der man die ursprünglich gegebene Funktion $f(x,y)$ (den Integranden) durch Splinefunktionen approximiert, da die Integration der Splinefunktionen selbst exakt ist.

Wegen dieses unvermeidlichen Approximationsfehlers sollte der Integrand, der in der Regel nur an bestimmten Stützstellen gegeben ist, von Stützpunkt zu Stützpunkt keine zu großen Sprünge aufweisen, da sonst, bedingt durch die Differenzierbarkeitseigenschaften der Splinefunktionen, diese Approximationsfehler unverhältnismäßig groß werden können.

Ist die Intensitätsverteilung I_n als Tabelle gegeben, so erweist sich dieses Verfahren wegen der notwendigen Berechnung der $16(n-1)(n-1)$ Splinekoeffizienten und des daraus resultierenden hohen Rechenaufwandes nur dann gegenüber einer Gauß-Integration als günstig, wenn man, wie bei Hot Spots, sehr kleinräumige Strukturen in der Intensitätsverteilung hat, die sonst eine viel höhere Stützpunktdichte erfordern. Anders sieht die Bilanz des Rechenzeitbedarfs aus, wenn die Intensität in einem Punkt Ergebnis einer Integration durch die Sternatmosphäre ist. Dann ist die Rechenzeit zur Ermittlung der Splinekoeffizienten klein gegenüber der zur Berechnung der Intensität notwendigen Zeit.

Ein weiterer Nachteil ist, daß zu jedem betrachteten Zeitpunkt die Berechnung der Koeffizienten A_{kl} neu erfolgen

muß. Es ist denkbar, daß man diese Neuberechnung umgehen und durch ein Umsortieren der Koeffizienten ersetzen kann, weil sich die Helligkeitsverteilung auf dem Stern ja nicht ändert. Mir ist dieses Umsortieren derzeit allerdings nur in dem Spezialfall $\alpha = 90^\circ$ mit $I_t = I_n$, also ohne Strahlungscharakteristik gelungen. (Für $\alpha = 0^\circ$ (Pole-on) entfällt jede Zeitabhängigkeit der Lichtkurve.)

Läßt man die anfangs gemachte Voraussetzung über die Neigung i fallen, so findet eine Bedeckung statt und das Problem wird komplizierter, da jetzt nicht mehr über eine Kreisscheibe, sondern über ein Kreisziweck zu integrieren ist. Dies schien zunächst verhältnismäßig einfach zu sein - man summiert nur über solche Teilrechtecke in der Zerlegung des Quadrats, die nicht vom zweiten Stern verdeckt sind - scheiterte aber einerseits an dem aufwendigen Suchmechanismus, der entscheidet welches Teilrechteck noch sichtbar und welches nicht mehr sichtbar ist, andererseits kann man nicht mehr mit einer groben Zerlegung arbeiten, weil sonst der Rand des Sterns zu ungenau wiedergegeben wird.

Als günstiger erwies sich folgendes Verfahren, bei dem das Suchverfahren durch zwei komplexe Transformationen ersetzt wurde. Dadurch ergibt sich eine Verringerung der Rechenzeit, denn die Transformationen sind schneller auszuführen als ein Suchverfahren und der Aufwand für die Integration über die Kreisscheibe bleibt der gleiche:

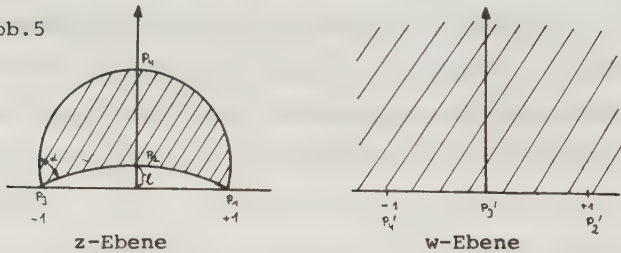
Man bildet den von zwei Kreisbögen begrenzten Integrationsbereich konform auf einen Kreis ab und kann dann nach der bisherigen Methode verfahren.

Die Abbildung verläuft in zwei Schritten:

1. vom Kreiszweieck auf die obere Halbebene der Gauß'schen Ebene durch

$$w = e^{\frac{2\pi i}{\alpha} \arctan \frac{1}{z} \left(\frac{z+1}{z-1} \right)^{\frac{\alpha}{2}}}$$

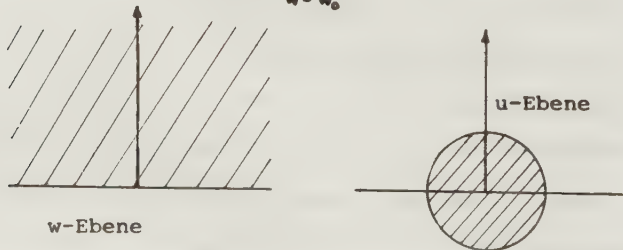
Abb.5



2. von der oberen Halbebene auf einen Kreis um den Ursprung durch

$$u = \frac{w-w_0}{w-\bar{w}_0} \quad w_0 \in \mathbb{C}$$

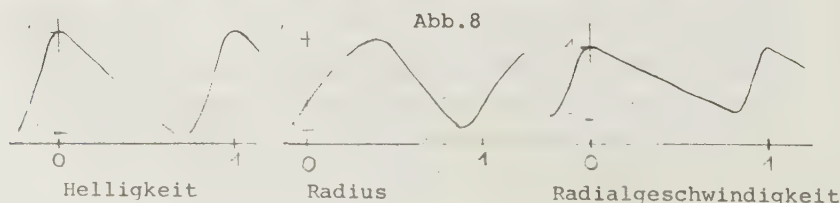
Abb.6



Durch die Hintereinanderausführung dieser beiden Transformationen ist das Kreiszweieck auf einen Kreis abgebildet. Die Integration der Intensität I_n läßt sich nun nach der zuvor beschriebenen Methode durch bikubische Splinefunktionen ausführen.

Bei den in Frage kommenden Typen - RR Lyrae-Sterne und unvollständig getrennte Paare - liegen die Perioden beide in der gleichen Größenordnung - etwas unter einem Tag. Daher kann man erwarten, daß sich beide Effekte nicht bloß mehr oder weniger ungestört nebeneinander in der resultierenden Lichtkurve zeigen, sondern daß sich nach Art einer Schwebung eine neue Lichtkurve einstellt, insbesondere wenn man annimmt, daß sich die Pulsationsperiode wegen der geringen gegenseitigen Entfernung der Sterne und der daher großen Gravitationskräfte der Umlaufperiode angeglichen haben wird.

Die Veränderlichkeit des Radius und der Helligkeit wurden in das bisherige Modell dadurch eingefügt, daß die Größen R, r, L, l in den Gleichungen (12), (15) - (17) als zeitabhängig betrachtet werden. Jedoch ist die bei engen Paaren auftretende Verformung nicht berücksichtigt. In die Radialgeschwindigkeitskurve geht die zusätzliche Radialgeschwindigkeit additiv in Gleichung (7) ein. Da die Lichtkurve bei RR Lyrae - Sternen von stark asymmetrischen hin bis zu fast sinusartigen Formen reichen kann, wurde eine mittlere Kurve verwendet. Die Formen der Kurven nach denen sich der Radius bzw. die Radialgeschwindigkeit während einer Periode ändern, sind in Anlehnung an das Verhalten von δ Cep gewählt. (Abb. 8)



3. Beschreibung der verwendeten Analyseverfahren

3.1. Allgemeine Betrachtungen zu den Ausgleichsverfahren

Durch die Methode der kleinsten Quadrate wird das Problem gelöst, aus gegebenen Messwerten der Licht- oder Radialgeschwindigkeitskurve diejenigen Zustandsparameter der Sterne zu berechnen, welche nach den durch Gleichung (7) bzw. (12), (15)-(17) gegebenen Modellvorstellungen die Messwerte am besten repräsentieren. Im vorliegenden Fall geht die Abhängigkeit von den Parametern stark nichtlinear ein, was eine große Komplikation bedeutet.

Eigentlich hat man bei den Radialgeschwindigkeitskurven sechs, bei den Lichtkurven zehn Parameter zu bestimmen. In der Praxis muß man meist Messwerte aus verschiedenen Umläufen kombinieren, um eine für die weitere Auswertung genügend dicht besetzte Meßkurve zu erhalten. Dies macht eine Vorwegnahme der Periodenberechnung möglich und die Anzahl der noch zu bestimmenden Parameter verringert sich auf fünf bzw. neun.

Die Nichtlinearität erfordert ein iteratives Vorgehen, bei dem in jedem Einzelschritt ein durch Linearisieren in den einzelnen Parametern entstandenes überbestimmtes lineares Gleichungssystem gelöst werden muß. Um dieses Gleichungssystem aufzustellen, braucht man die partiellen Ableitungen der Zielfunktion nach den einzelnen Parametern. Die Werte dieser Ableitungen muß man numerisch ermitteln, da die Aus-

wertung der sehr langen Ableitungsformeln zu zeitaufwendig und obendrein (zum Teil wegen Stellenauslöschung) zu ungenau wäre. Dadurch wird bei vielen Parametern die Koeffizientenmatrix des linearisierten Gleichungssystems numerisch singulär.

Eine weitere Schwierigkeit liegt darin, daß die Ableitungen das Minimum der Fehlerquadratsumme mitunter in einem Bereich vermuten lassen, in dem einzelne Parameter unzulässige Werte annehmen würden. An dieser Stelle kann dann die Zielfunktion zum Beispiel wegen des Auftretens von Wurzeln negativer Zahlen nicht mehr ausgewertet werden.

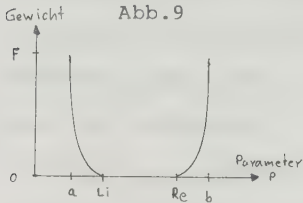
Ausgangspunkt war ein nach der oben geschilderten Methode arbeitendes Programm aus der Programmbibliothek der TR 440. Die dabei auftretenden Schwierigkeiten versuchte ich in einem Dialogprogramm zu entschärfen, bei dem man unter anderem die Auswirkungen veränderter Parameter auf die jeweiligen Kurven sofort graphisch dargestellt bekommt.

Die Analyse der Radialgeschwindigkeitskurve war im Vergleich zur Lichtkurvenanalyse viel unkritischer. Das liegt einerseits daran, daß eine Radialgeschwindigkeitskurve im gesamten Bereich einer Periode mit Veränderungen auf neue Parameter reagiert, eine Lichtkurve jedoch nur im Bereich der Minima, zum anderen aber auch an der kleineren Parameteranzahl. Deshalb wurde der Teil des Programms, der die Ausgleichung der Lichtkurven beinhaltet, so aufgebaut,

daß man nach Eingabe der Startwerte jene Parameter unter ihrem Namen angeben kann, die zunächst nicht verändert werden sollen. Dadurch kann man sich mit anfangs wenigen Parametern an die Lösung herantasten, um dann durch schrittweise Freigabe aller Parameter die Ausgleichslösung zu finden. Prinzipiell findet man nur relative Minima der Fehlerquadratsumme und sollte daher erneut mit geänderten Startwerten die Ausgleichung beginnen: Findet man dann mehrmals bei unterschiedlichen Startwerten die gleiche Lösung, so kann man mit gewisser Sicherheit - bei aller Problematik dieses Vorgehens - sagen, es handle sich um die entgültige Lösung.

Die Tatsache, daß die Parameter während der Ausgleichung unzulässige Werte annahmen, konnte auch durch eine Variablentransformation nicht vermieden werden, die etwa den Wertebereich $[a, b]$ des betreffenden Parameters bijektiv auf $\mathbb{R}^* = \mathbb{R} \cup \{\pm\infty, -\infty\}$ abbildete, wie $\psi: \mathbb{R}_0[a, b] \rightarrow \mathbb{R}^* \quad x \mapsto \frac{2x - a - b}{b - a - 12x - a - b}$. Auch eine Abbildung des Definitionsintervalles $[a, b]$ des jeweiligen Parameters auf den zur Verfügung stehenden Zahlenbereich der Maschine (oder einen Teil desselben, um noch arithmetische Operationen ausführen zu können), brachte keinen Erfolg. Vielmehr wurden, um die Parameter auf ihre Definitionsbereiche zu beschränken, zusätzlich zu erfüllende Gleichungen den Meßpunkten hinzugefügt, und zwar mit Gewicht Null im Inneren und mit quadratisch ansteigendem Gewicht

am Rande des zugelassenen Intervalls (Abb.9) durch:



F und ξ vorgebar

$$R_d := \xi(b-a); \quad L_i := a + R_d; \quad R_e := b - R_d;$$

$$\text{Gewicht} := \begin{cases} F \frac{(p-R_e)^2}{\xi^2(b-a)^2} & \text{falls } R_e > p \\ 0 & \text{falls } L_i \leq p \leq R_e \\ F \frac{(L_i-p)^2}{\xi^2(b-a)^2} & \text{falls } p < L_i \end{cases}$$

Dieses Vorgehen hat in vielen Fällen Erfolg; bei kleinen Werten für die Breite ξ des Randstreifens und gleichzeitig großen Werten für das maximale Gewicht F nehmen jedoch die Parameter mitunter immer noch Werte außerhalb ihres Definitionsbereichs an; dennoch wurde dieses Vorgehen gewählt.

3.2. Analyse der Radialgeschwindigkeitskurven

Da die Messungen von der sich bewegenden Erde aus gemacht werden, muß der von dieser Bewegung hervorgerufene Einfluß auf die Messungen eliminiert werden. Das geschieht durch Reduktion der Messungen auf den Sonnenmittelpunkt nach den üblichen Verfahren:

Geschwindigkeitskorrektur:

Der durch den Bahnmlauf der Erde auftretende Korrekturterm lautet: $RG_{kor,1} = -a(\Delta x \cos i \cos \alpha + \Delta y \cos i \sin \alpha + \Delta z \sin i)$, wobei a die mittlere Entfernung Erde-Sonne, $\Delta x, \Delta y, \Delta z$ die täglichen Änderungen der rechtwinkligen Sonnenkoordinaten

in Einheiten von a und α, δ die Koordinaten des Sterns sind. Der durch die tägliche Drehung der Erde verursachte Term ergibt sich aus $R_{\text{Korr}_2} := -\frac{2\pi R}{d} \cos \varphi \cos \delta \cdot \sin (SID - \lambda - \alpha + UT \cdot 1.002737903265)$, wobei R, φ, λ die Kugelkoordinaten des Beobachtungsortes, d der Sternzeittag, UT der Aufnahmezeitpunkt in Weltzeit und SID die Sternzeit um 0^h U.T in Greenwich am Aufnahmetag bedeutet.

Zeitkorrektur:

Wegen der endlichen Laufzeit des Lichtes im Erde-Sonne System muß an den Aufnahmezeitpunkt die Korrektur $t_{\text{Korr}} := -\frac{r}{c} [\cos \alpha \cos \delta \cos l + \sin l (\sin \alpha \cos \delta \cos \varepsilon + \sin \delta \sin \varepsilon)]$ angebracht werden, wobei r die momentane Entfernung Erde-Sonne, c die Lichtgeschwindigkeit, ε die Schiefe der Ekliptik und l die ekliptikale Länge der Sonne zum Aufnahmezeitpunkt bedeuten.

Um den wahren Wert der Radialgeschwindigkeiten und des Aufnahmezeitpunktes zu erhalten, sind die Korrekturen jeweils zu den gemessenen Größen hinzuzuaddieren. (Auf t_{Korr} kann oft wegen der langen Belichtungszeiten der Spektren und $|t_{\text{Korr}}| < 500$ Sekunden verzichtet werden.)

Für diese Reduktionen wurden Programme erstellt, die die Korrekturen direkt aus den Koordinaten des Sterns α, δ , aus den Koordinaten R, φ, λ des Beobachtungsortes und aus dem Zeitpunkt der Messung berechnen; ein Nachschlagen der zeitabhängigen Werte für die Sonnenkoordinaten $\Delta x, \Delta y, \Delta z$, die Sternzeit SID , die ekliptikale Länge l sowie für die Schiefe ε

der Ekliptik entfällt dabei.

Wahlweise kann die Berechnung der Systemkonstanten aus der Radialgeschwindigkeitskurve entweder direkt aus den reduzierten Messwerten oder an aus diesen Messwerten äquidistant splineinterpolierten Werten vorgenommen werden. Bei Verwendung der nichtinterpolierten Messwerte kann jedem Meßpunkt noch ein zum Beispiel seiner Genauigkeit entsprechendes Gewicht zugeordnet werden.

Hat man einen Zwei-Spektren Stern, sind also die Radialgeschwindigkeitskurven beider Komponenten A und B getrennt vorhanden, so kann die Ausgleichung wahlweise aus der Kurve der Komponente A oder B oder aus beiden vorgenommen werden.

Da die Ausgleichung der Radialgeschwindigkeitskurven fast immer gutartig verläuft, kann von Anfang an mit allen Parametern gearbeitet werden.

3.3. Analyse der Lichtkurven

Da das zugrunde liegende Modell ein rein sphärisches ist, muß man bei engen Paaren der Verformung durch Gravitationskräfte von einer Kugel in eine Äquipotentialfläche des aus Rotation und Gravitation bestehenden Gesamtpotentials Rechnung tragen. Dieser Vorgang heißt Rektifikation

und wird nach einem ursprünglich von Russell und Merrill stammenden Verfahren [17],[18] vorgenommen, das auf einer Fourierzerlegung der Teile der Lichtkurve beruht, die außerhalb der Minima liegen. Ausgangspunkt dieser Rektifikation sind die von atmosphärischen Einflüssen befreiten Messwerte. (Die Elimination dieser Einflüsse wird vom Programm vorgenommen, soll hier jedoch nicht beschrieben werden.) Durch die Rektifikation soll die Lichtkurve eine konstante Helligkeit außerhalb der Minima aufweisen. Treten in diesem Teil der Lichtkurve einzelne Punkte auf, deren Helligkeit, etwa durch Meßfehler bedingt, grob nach oben oder unten abweicht, so muß man diese Punkte vor der Ausgleichung unbedingt entfernen, bzw. ihnen ein kleines Gewicht verleihen, denn sonst entfällt ein Großteil der Fehlerquadratsumme auf diese Punkte und die Ausgleichung wird unempfindlich gegenüber Parametervariationen.

Wie bei den Radialgeschwindigkeitskurven kann man auch hier wahlweise mit den rektifizierten Meßwerten oder mit daraus äquidistant splineinterpolierten Werten arbeiten. Die Splineinterpolation ermöglicht es, nach der Ausgleichung systematische Abweichungen in der Differenzkurve $O - C$ der beobachteten (und dazwischen interpolierten) und der berechneten Kurve leichter zu erkennen. Bei dieser Interpolation wurden die Ableitungen der Helligkeit nach der Zeit an den Anfangs- und Endpunkten der Minima auf Null gesetzt, um zu vermeiden, daß die interpolierten Helligkeiten

wegen eventuellen Überschwingens der Interpolation größer als die Helligkeit im konstanten Teil der Lichtkurve werden. Wie auch bei den Radialgeschwindigkeitskurven erfolgt die Interpolation so, daß die Kurve aus Periodizitätsgründen in den Phasenpunkten 0 und 1 stetig differenzierbar bleibt.

Eine Verbesserung des Konvergenzverhaltens konnte durch folgendes Vorgehen erreicht werden: während der Ausgleichung wird zu einem gegebenen Satz von Parametern für einen Zeitpunkt die Helligkeit nicht nach der strengen Formel berechnet, sondern die Helligkeit wird an dieser Stelle durch kubische Splineinterpolation von Äquidistanten, nach der exakten Formel berechneten Werten bestimmt. Ändert man jetzt einen Parameter ab und behält den Zeitpunkt bei, um die partielle Ableitung nach diesem Parameter zu bilden, so ändern sich nur die Koeffizienten des lokalen Splinepolynoms, aus denen dann die partielle Ableitung bestimmt wird. Um den hohen Rechenaufwand zu vermindern, habe ich hier zunächst die Splinekoeffizienten explizit berechnet, was erstens wegen der Äquidistanz der Stützstellen und zweitens beim nichtperiodischen Fall möglich war. Eine Verringerung des Rechenaufwandes bedeutet das deshalb, weil man so gezielt die Koeffizienten des Intervalls um den betrachteten Zeitpunkt allein errechnen kann, man also nicht die Berechnung aller Koeffizienten vornehmen muß.

Die bei der Berechnung der Splinekoeffizienten bei n Stützstellen auftretende tridiagonale $n \times n$ Bandmatrix

$$M = \begin{pmatrix} 2 & \frac{1}{2} & & 0 \\ \frac{1}{2} & 2 & \frac{1}{2} & \\ & \frac{1}{2} & 2 & \frac{1}{2} \\ 0 & & & \ddots \end{pmatrix}$$

hat als Inverse die zur Haupt- und Nebendiagonale symmetrische Matrix $M^{-1} = (M_{ij}^{-1})$ mit

$$M_{ij}^{-1} = \frac{2}{F(n)} (-1)^{i+j} F(n-j) F(i-1)$$

Hierbei ist i Zeilenindex und j Spaltenindex aus dem durch Haupt- und Nebendiagonale gebildeten Dreieck, das durch $j \geq i$ und $i \leq n+1-j$ beschrieben wird:



Die Koeffizienten $F(n)$ berechnen sich dabei aus der Formel

$$F(n) := \frac{1}{2\sqrt{3}} \left[(2+\sqrt{3})^{n+1} - (2-\sqrt{3})^{n+1} \right] \quad (\text{numerisch ungünstig})$$

bzw. durch Rekursion aus

$$F(0) := 1; \quad F(1) := 4;$$

$$F(n) := 4 F(n-1) - F(n-2); \quad (\text{numerisch günstig}).$$

Da der Rechenaufwand jedoch noch immer sehr hoch war, wird jetzt während der Ausgleichung die Helligkeit in einem beliebigen Zeitpunkt t durch lineare Interpolation zwischen exakt berechneten äquidistanten Stützstellen berechnet, zumal sich dies in einer Verkürzung der Rechenzeit recht bemerkbar machte und das Konvergenzverhalten nicht schlechter wurde. Stimmen die Phasenpunkte der Stützstellen mit jenen der Meßwertinterpolation überein, so tritt auch kein Genauigkeitsverlust auf. Die Fehlerquadratsummen stimmen in beiden

Fällen überein.

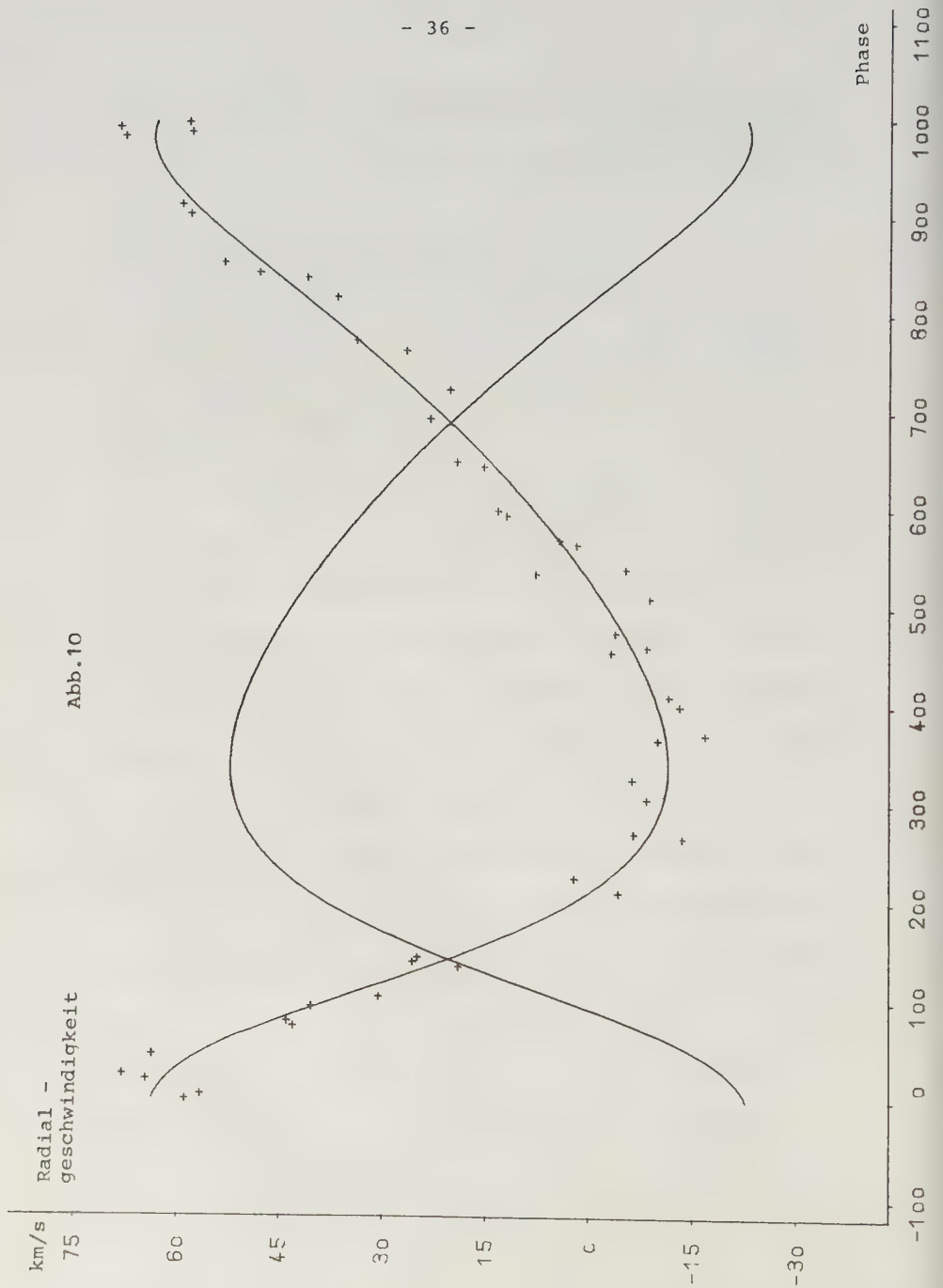
Wie in 3.1. beschrieben, muß man sich beim Ausgleich von Lichtkurven fast immer durch Festhalten gewisser Parameter an die Lösung herantasten. Da besonders die Konkurrenz der Parameter Radius-Randverdunklung stört - eine große Randverdunklung wirkt ähnlich wie ein kleinerer Radius und umgekehrt - , sollte man zunächst die Randverdunklungskoeffizienten auf 0,6 fixieren. Ebenso ist es oft empfehlenswert, den Neigungswinkel i am Anfang auf etwa 75° - 85° festzusetzen. Für die Ausgleichung selbst stehen zwei Varianten zur Verfügung, wobei eine davon es erlaubt, die Parameter auf einen anzugebenden Bereich zu beschränken.

4. Beispiele zu den beschriebenen Modellen und Analyseverfahren

4.1. Radialgeschwindigkeitskurve

Wie erwähnt, verläuft die Bestimmung der Parameter bei einer Radialgeschwindigkeitskurve wegen der geringeren Zahl der zu bestimmenden Parameter und wegen der prinzipiell günstigeren Verteilung der Meßpunkte einfacher als bei einer Lichtkurve. Als Testbeispiel werden hier (wie auch bei der Analyse der Lichtkurven) simulierte Meßwerte benutzt, die aus einer errechneten Kurve durch künstliches Verrauschen entstanden, zumal die Ausgleichsverfahren bereits von verschiedenen Institutsangehörigen verwendet werden [19]. Bei Kurven mit relativ großer Streuung wie in dem Beispiel in Abb. 10 muß die Lösung nicht unbedingt eindeutig sein; unterschiedliche Startwerte führen zu verschiedenen Lösungen, die jedoch alle die gleiche Fehlerquadratsumme bzw. den gleichen mittleren Fehler jedes Meßpunktes ergeben. Dies kann man dann dazu benutzen, Fehlergrenzen für die einzelnen Parameter zu erhalten. Die Vorzeichenverteilung der Differenzen zwischen Meßwert und berechnetem Wert ändert sich dabei nicht. Die Ausgleichung der Punkte in Abb. 10 ergab folgende Werte:

Periode	$P = 100 \text{ d}$
Systemgeschwindigkeit	$\gamma_s = 20.48 \pm 2.1 \text{ km/s}$
Bahnexzentrizität	$e = 0.276 \pm .013$
Periastronlänge	$\omega = 55.95^\circ \pm 3.2^\circ$



Scheinbare Halbachse $a_{\text{mi}} = 49.91 \pm 1.8 \cdot 10^6 \text{ km}$

Phasennullpunkt $M_0 = 27.00^\circ \pm 3.2^\circ$

Konstante $G = 26.31 \text{ km/s}$

Konstante $K = 37.76 \text{ km/s}$

Mittlerer Fehler 4.44 km/s

4.2. Lichtkurve

Als Testbeispiel ist hier eine Lichtkurve gewählt, die eine bei dem Ausgleich von Lichtkurven auftretende weitere Schwierigkeit zeigt. Zur Verdeutlichung nehmen wir an, die auszugleichenden Punkte lägen exakt auf einer Lichtkurve, die zum Parametersatz $\mathcal{P}$ gehöre. Als Startvektor diene ein weiterer Parametersatz $\mathcal{P}^*$, der so beschaffen sein möge, daß die Minima seiner Lichtkurve ganz außerhalb der Minima der auszugleichenden Kurve liegen.

(Abb. 11). In dieser Situation hat die Fehlerquadratsumme einen festen Wert, der sich aus den Anteilen in den Bereichen A, A', B, B' zusammensetzt und der invariant gegenüber solchen Parameteränderungen ist, die die Minima seitlich verschieben.

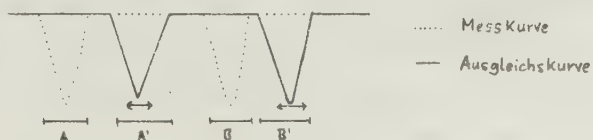
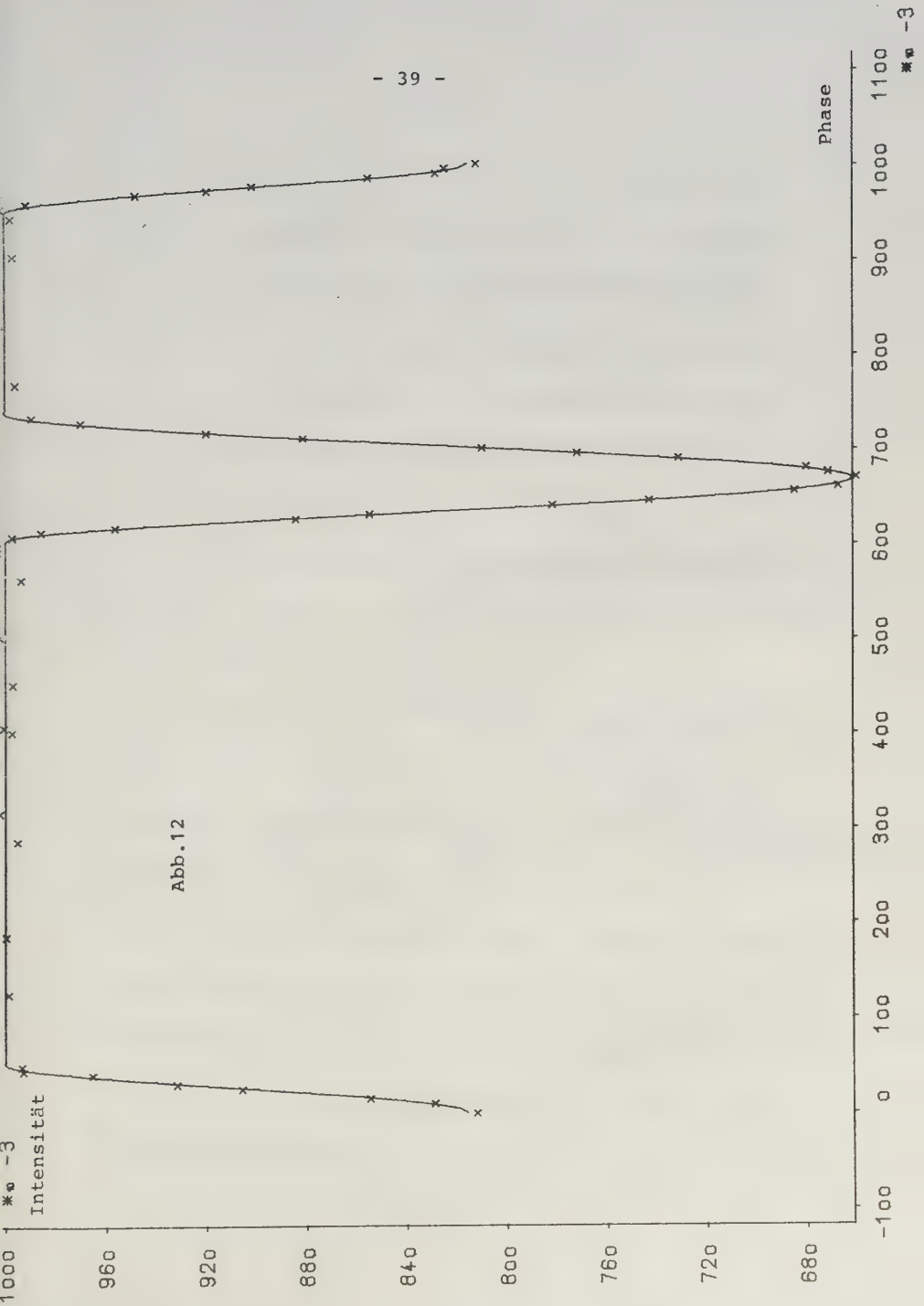


Abb. 11

In der Praxis ist die Fehlerquadratsumme wegen der Streuung der Meßwerte in den Bereichen A' und B' gegen Verschiebungen nicht gänzlich invariant. Dann führt die Ausgleichsrechnung auf eine minimale Fehlerquadratsumme, die sich aus den jeweiligen Anteilen in den Bereichen A und B zusammensetzt. Dabei ist dann meist entweder der Neigungswinkel i so klein geworden, daß keine Bedeckung mehr stattfindet, oder einer der beiden Radien ist zu Null geworden. Ein Festhalten der Parameter i und R bzw. k vermeidet dies zwar, führt aber lediglich zu einem Ergebnis, bei dem die berechneten Minima der Bedeckungen weiterhin in den Bereichen A' und B' liegen. Der Fehler liegt in einem von der richtigen Lösung zu weit entfernten Startvektor $\mathcal{J}$. $\mathcal{J}$ erhält man aus einer einfachen Abschätzung aus der Tiefe, Breite und Lage der Minima. Da die Minima hierbei in jedem Fall als totale Bedeckungen gedeutet werden, und Beginn und Ende der konstanten Teile der Lichtkurve oft nur ungenau zu ermitteln sind, liefert diese Abschätzung jedoch bei kleinen Radien und großen Exzentrizitäten manchmal Werte für den Startvektor $\mathcal{J}$, bei denen die oben beschriebene Erscheinung auftritt. Hier ist es von großem Vorteil, im Dialog sofort die zum betreffenden Startvektor gehörende Lichtkurve auf dem Bildschirm sehen zu können, um dann gegebenenfalls nicht mit der Ausgleichung zu beginnen sondern den Startvektor durch Eingabe neuer Werte abzuändern. Die zu Abb. 12 gehörende Lösung der Lichtkurve lautet:



Exzentrizität	$e = .312$
Knotenlänge	$\omega = 29.7^{\circ}$
Neigung	$i = 78.7^{\circ}$
Helligkeit großer Stern	$L = .537$
Helligkeit kleiner Stern	$l = .463$
Radius großer Stern	$R = .228$
Radius kleiner Stern	$r = .134$
Randverdunklung großer Stern	$\Gamma = .47$
Randverdunklung kleiner Stern	$\gamma = .63$
Art der Bedeckung	Transit

Die Periode P war auf 1 normiert.

4.3.Hot Spot Kurven

Als Testbeispiel für Hot Spot Kurven sei ein rotierender Einzelstern vom Radius $\sqrt{10}$ betrachtet, der einen kreisförmigen heißen Fleck mit einer Erstreckung über einen Winkelbereich von $2\Delta = 60^{\circ}$ tragen möge. Das Zentrum des Flecks möge im Koordinatensystem λ, ψ von 2.3. die Koordinaten Poldistanz $\lambda = 90^{\circ}$ und Azimutwinkel $\psi = 110^{\circ}$ haben. Der Stern habe die normierte Intensität $I_0 = 1$ und im Zentrum des Flecks soll die Intensität zum Zeitpunkt 0 den Wert 4 annehmen und mit der Zeit exponentiell auf 1 abklingen. Der Faktor 4 entspricht einer Temperaturerhöhung im Zentrum des Flecks

um den Faktor $\sqrt{2}$ verglichen mit der Oberflächentemperatur des übrigen Sterns. Die Intensität im Fleck selbst sei zum Mittelpunkt des Flecks rotationssymmetrisch und variere mit dem Winkelabstand α vom Zentrum des Flecks gemäß folgender Beziehung:

$$I(\alpha) = I_0 (1 + (F-1) \cos^2(\frac{\alpha}{\Delta} \cdot 90^\circ)) e^{-\frac{t}{t_0}}, \quad 0 \leq \alpha \leq 30^\circ.$$

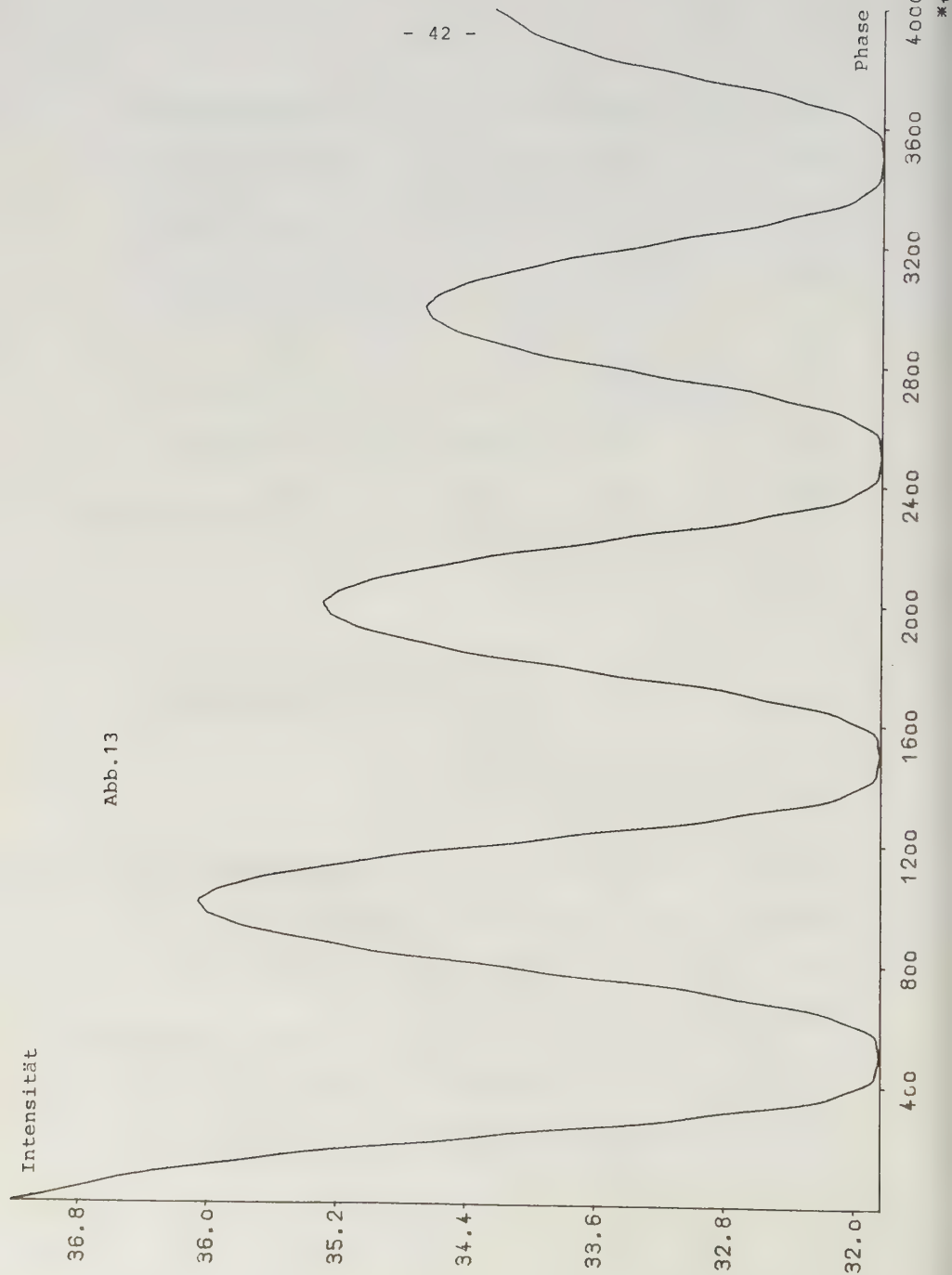
(Diese Form der Abhängigkeit ist gewählt worden, um bei zentraler Betrachtung des Flecks die Helligkeit für bestimmte Werte von Δ - nämlich $\frac{90^\circ}{\Delta}$ muß ganzzahlig sein - , aus dem Integral $2\pi \int_0^{\pi/2}$

$$\int_{\varphi=0}^{\varphi=\Delta} \int_{\theta=0}^{\theta=\Delta} I_0 R^2 \cos \theta \sin \theta d\theta d\varphi + \int_{\varphi=0}^{2\pi} \int_{\theta=0}^{\Delta} I_0 (1 + (F-1) \cos^2(\frac{\theta}{\Delta} \cdot \frac{\pi}{2})) \cos \theta \sin \theta d\theta d\varphi$$

berechnen zu können, um dadurch eine Kontrolle über die numerische Integration zu haben.)

Das Ergebnis der Berechnung zeigt Abb. 13. Dort ist die Gesamtintensität des Sterns gegen die Zeit aufgetragen. Es sind vier Umdrehungen des Sterns berechnet worden. Bei der gewählten Ausgangslage und Größe des Flecks wird der Fleck für den Beobachter gerade erstmals nach einer halben Umdrehung unsichtbar. Die Helligkeit zu diesem Zeitpunkt muß $R^2 \pi I_0 = 10 \pi \approx 31.41$ betragen. Die Integration liefert den Wert 31.83, was einem Fehler von 1.3% entspricht. Bei der Integration sind in beiden Koordinaten sechs Stützpunkte im Inneren des Flecks und acht außerhalb verwendet worden, so daß sich der Stützpunktabstand zu $\frac{2\Delta}{6} = 10^\circ$ bzw. $\frac{360^\circ - 2\Delta}{8} = 37.5^\circ$ ergibt. Den Einfluß einer zusätzlichen Wanderung des heißen Flecks zeigt Abb. 14.

Abb. 13



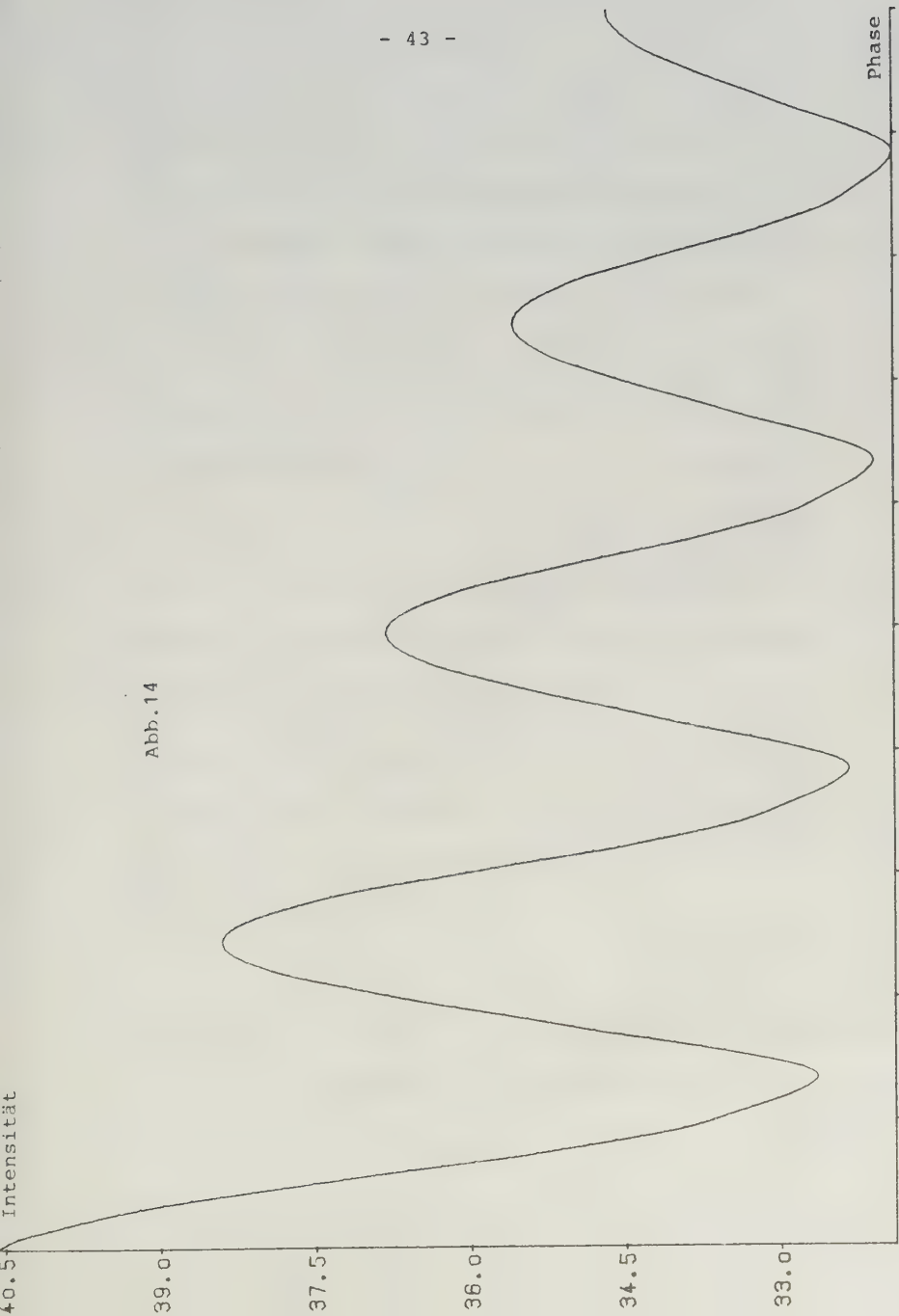
Intensität

Abb. 14

- 43 -

Phase

400 800 1200 1600 2000 2400 2800 3200 3600 4000
-3



Dort beträgt die Poldistanz des Zentrums des Flecks $\lambda = 80^\circ$ und nimmt während vier Umdrehungen fast auf Null ab. Der Fleck ist bei dieser Geometrie zu Anfang noch zu sehen und verschwindet erst nach der vierten Umdrehung.

In Abb.15 ist der Einfluß eines Hot Spot auf ein Minimum der Art Transit (= Vorübergang des kleineren Sterns vor dem größeren) gezeigt. Ausgangspunkt ist ein Doppelsternsystem mit den Radien $R=.3$ und $r=.18$ und den Helligkeiten $L=1$ und $l=.8$ beider Komponenten mit dem Bahnneigungswinkel $i=80^\circ$. Um die Möglichkeit einer Kontrollrechnung der Integration nach 2.3. zu haben, sind für beide Randverdunklungskoeffizienten und für die Bahnexzentrizität die Werte $\Gamma=\gamma=0$ und $e=0$ gewählt worden. Der Hot Spot liegt rotationssymmetrisch zur Beobachtungsrichtung und hat eine Winkelausdehnung von $2\Delta=39^\circ$. Der Scharparameter in Abb.15 ist seine Intensität; sie variiert von $I_n=1$ (der Hot Spot hat die gleiche Helligkeit wie der Stern selbst und hebt sich somit von der übrigen Sternoberfläche nicht ab) bis $I_n=9$, entsprechend einem Temperaturanstieg auf das $\sqrt{3}$ - fache.

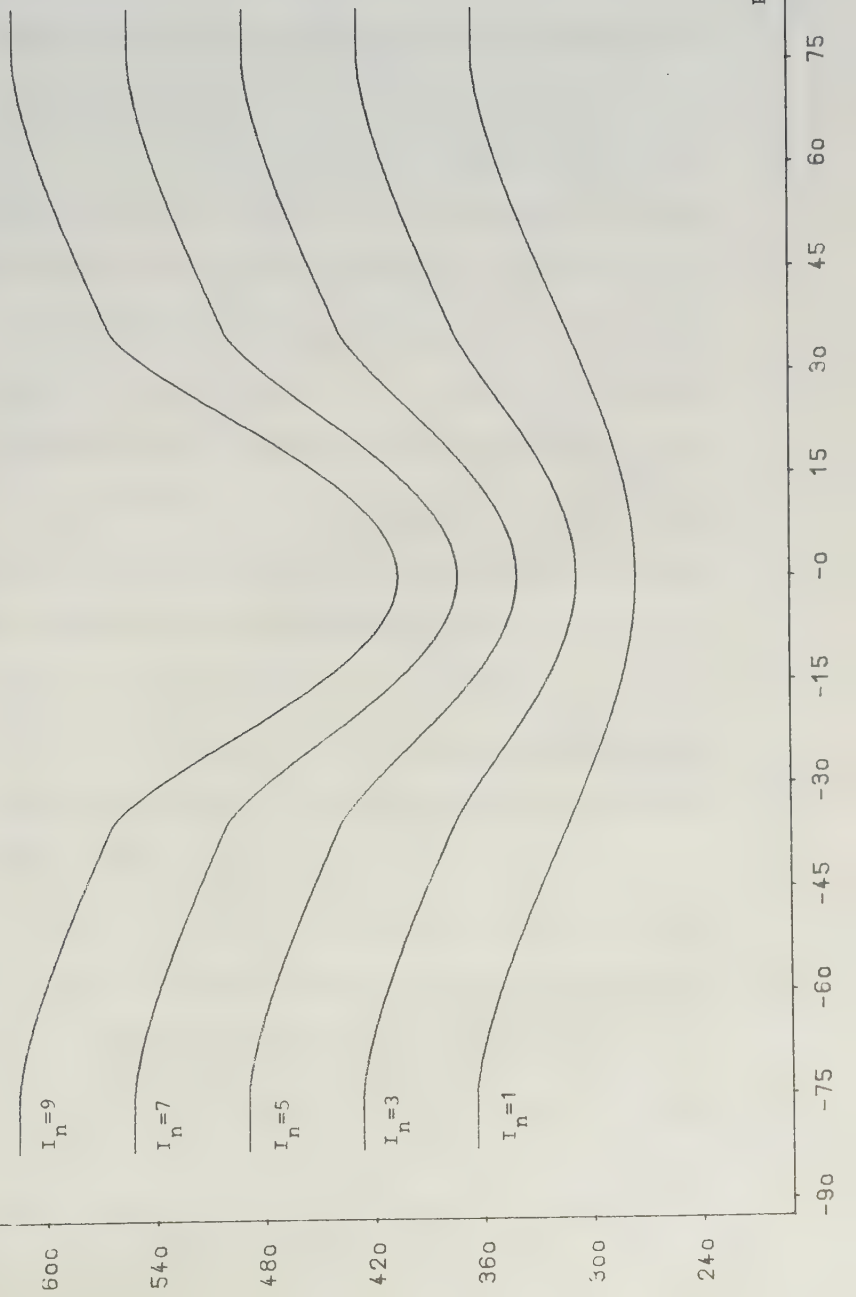
In den Abb.13 - 15 ist jeweils die Helligkeit in relativen Einheiten bezüglich der Intensität $I_n=1$ angegeben und die Umlaufs- bzw. Umdrehungsperiode $P=1$ gewählt.

Intensität

660

$\lambda_0 - 3$

Abb. 15

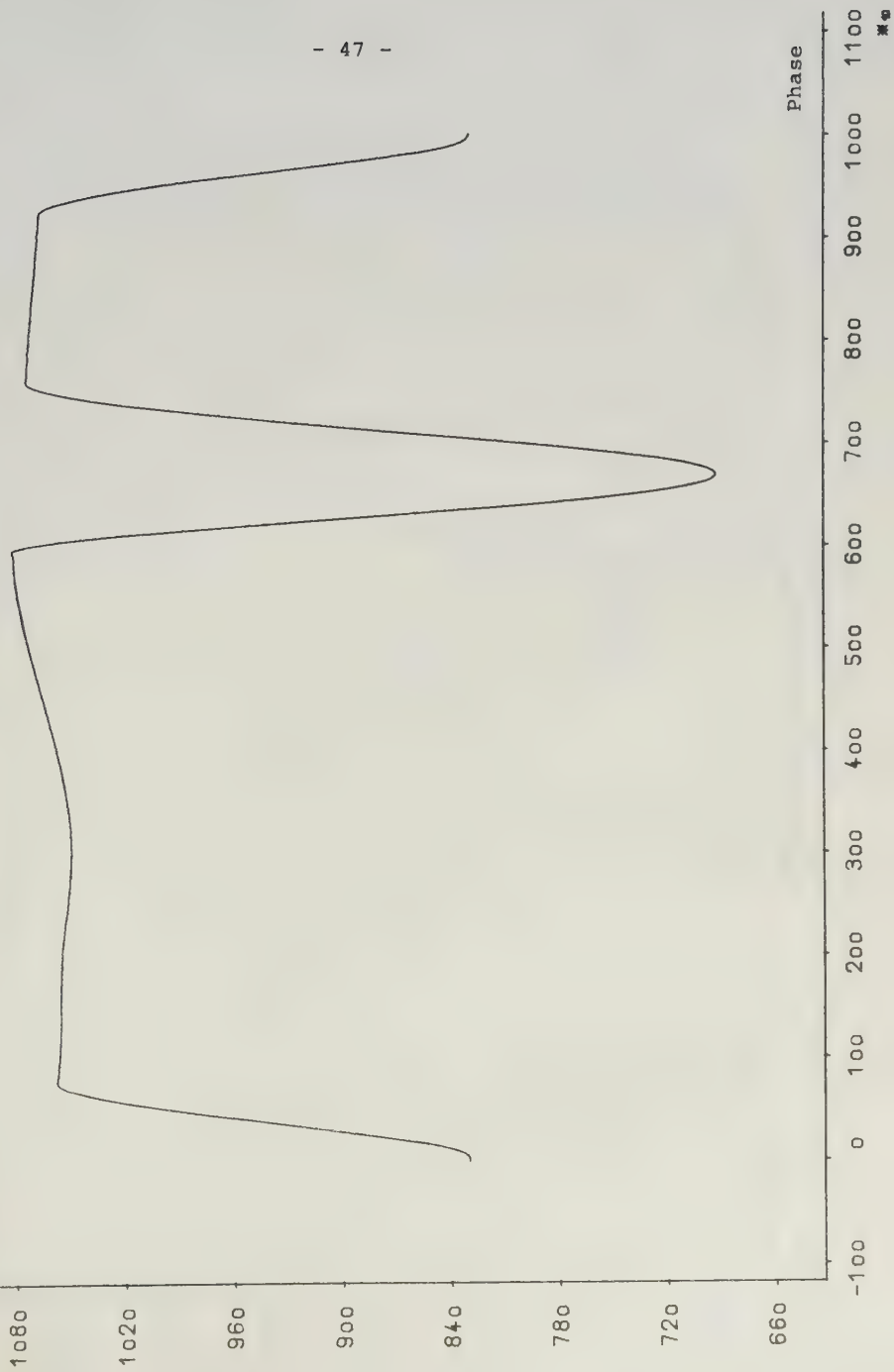


4.4. Lichtkurven mit zeitveränderlichen Systemparametern

Der Einfluß von nicht konstanten Parametern soll anhand der Abb. 16 - 18 gezeigt werden. Wie in 2.4. erwähnt, sollen die Parameter Radius und Helligkeit Veränderungen ähnlich den Variationen unterliegen, wie sie bei pulsierenden Sternen auftreten. Radius, Helligkeit und zusätzlich Expansionsgeschwindigkeit wirken dabei in den relativen Amplituden und der Phase jeweils gleich auf die ursprünglichen Parameter des größeren Sterns ein. Ein interessanter Fall tritt nun ein, wenn die Pulsationsperiode gleich einem ganzzahligen (und kleinen) Vielfachen der Umlaufsperiode ist, bzw. von dieser nur wenig abweicht. Die Ankoppelung der variablen Größen an die Grundparameter erfolgte mit zwei Konstanten, von denen die eine den Grad der Variabilität und die andere die Phasenverschiebung zwischen Pulsationsperiode und Umlaufsperiode bzw. ihrer Nullpunkte bestimmt. Der Grad der Variabilität wurde nun bei den Beispielen der Abb. 16 - 18 aus folgender Forde - rung bestimmt: Eine Analyse von 40 äquidistant ausgewählten Punkten der durch die Variabilität der Parameter entstandenen Radialgeschwindigkeitskurve durfte nur einen mittleren Fehler von 5 km/s hervorrufen, wenn man diese 40 Punkte als fehlerbehaftete Meßwerte einer Radialgeschwindigkeitskurve mit zeitlich unveränderlichen Parametern interpre -

Intensität

Abb. 16



№ 3

Abb. 17

Intensität

Phase

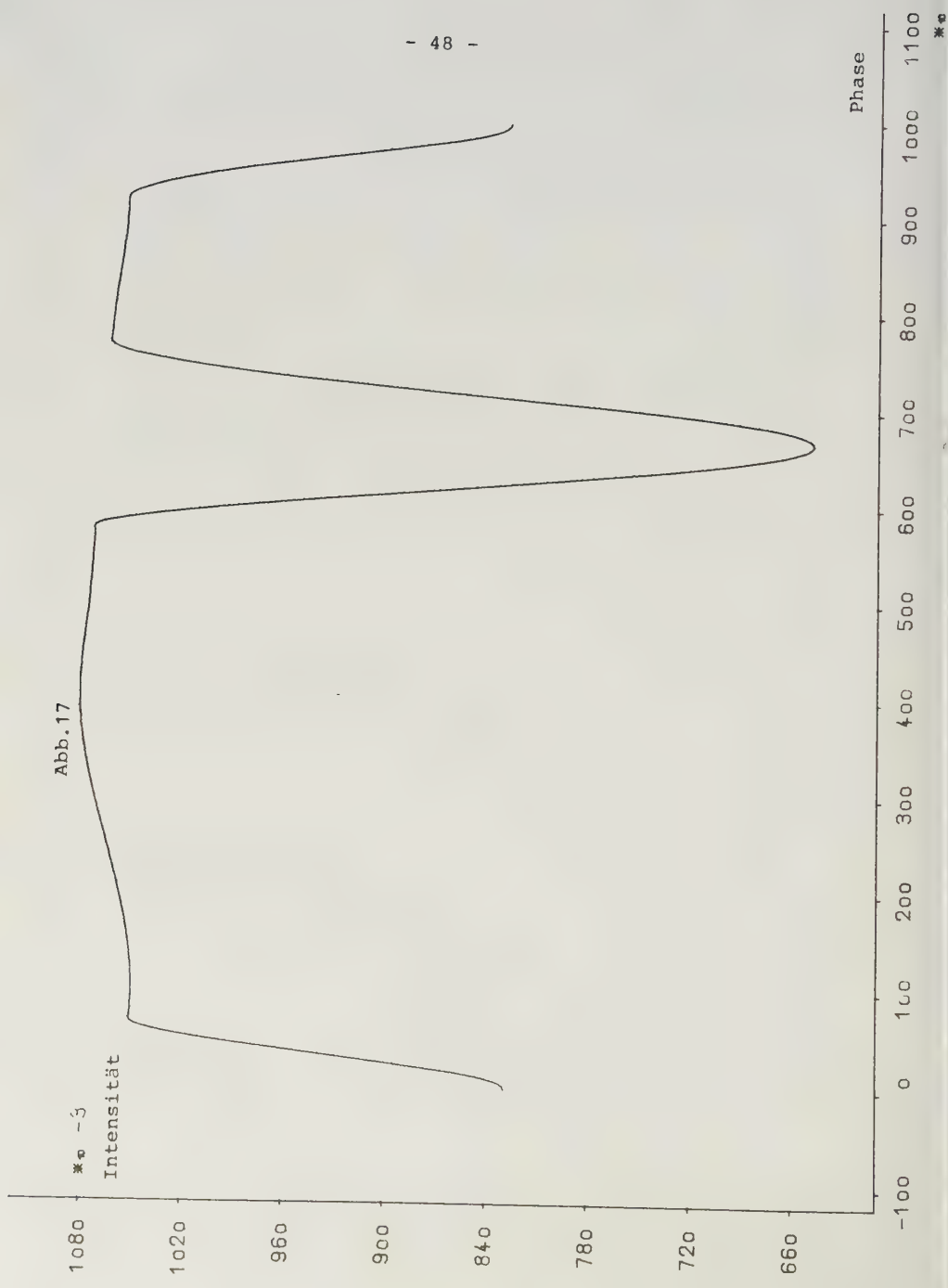


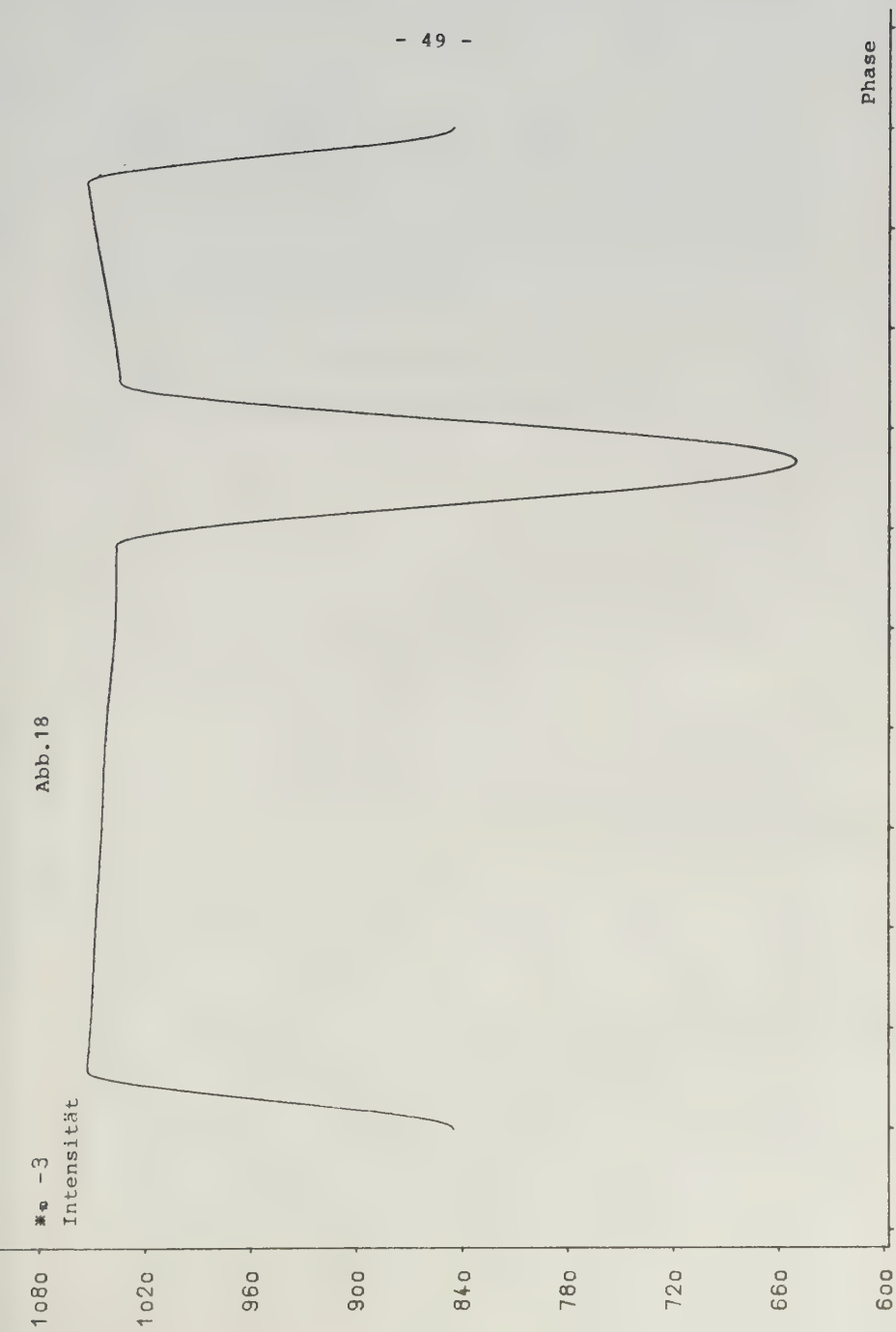
Abb. 18

№ - 3

Intensität

Phase

№ - 3



tiert. Die drei Abbildungen unterscheiden sich nur in der Phasenverschiebung zwischen den Nullpunkten der Bedeckungs- und Pulsationsperiode.

Bemerkenswert ist dabei etwa die Ähnlichkeit der Kurve in Abb. 18 mit der Lichtkurve von BH Vir[20]. Eine geringe Pulsation einer Doppelsternkomponente kann sich genauso wie ein Reflexionseffekt auf die Lichtkurve auswirken.

5. Programmbeschreibung

Das Programm DOP zur Bearbeitung von Doppelsternen ist dialogorientiert. Allen Eingabeaufforderungen geht - mit einer Ausnahme - ein erläuternder Text voraus. Soweit möglich werden eingegebene Werte auf Zuverlässigkeit abgeprüft und gegebenenfalls erneut angefordert. Dadurch soll ein Abbruch des Programms aufgrund falscher Eingabewerte vermieden werden. Die vom System her bedingte und auf Programm- und Kommandoebene nicht zu vermeidende Eingabeaufforderung ohne vorangegangenen Text erscheint im Graphikmodus vor Ausgabe eines weiteren Bildes. Sie ist mit einer leeren Antwort zu quittieren und verhindert, daß das System vorzeitig graphische Bildschirminhalte überschreibt.

Die erste einzugebende Größe ist die Anzahl der Punkte, aus denen eine Radialgeschwindigkeits- bzw. eine Lichtkurve bestehen soll. Ihr Wert sollte aus zwei Gründen nicht zu klein sein: erstens erfolgt die graphische Ausgabe auf Bildschirm als Polygonzug (im Gegensatz zur Plotterausgabe) und zweitens hat man bei schmalen Minima der Lichtkurve Auflösungsschwierigkeiten bei zu geringer Anzahl der Punkte. Zu große Werte empfehlen sich wegen Speicher- und Rechenzeitbedarf, aber vor allem wegen der dann erforderlichen vom Programm her automatisch vorgenommenen Zerstückelung der darzustellenden Kurve in Teilbilder nicht. Günstige Werte für die Anzahl der Punkte liegen zwischen 200 und 500.

Primär sind dem Benutzer die Werte seiner Licht- und Radialgeschwindigkeitskurven unter sechs Namen zugänglich: LK,LF,LKM,RG,RF,RGM (Lichtkurve,freie LK,gemessene LK, Radialgeschwindigkeitskurve,freie RG,gemessene RG).

Das Vorhandensein dieser Werte und der eventuell dazugehörigen Parameter wird während des gesamten Programmlaufs vom Programm überwacht,um zu vermeiden,daß mit undefinierten Werten gearbeitet wird.

Ferner kann der Benutzer weitere Werte seiner Kurven während des Programmlaufs auf Dateien abspeichern bzw. von ihnen holen;unmittelbar bearbeiten kann er jedoch nur die Werte der sechs durch obige Namen ausgezeichneten Kurven.

Allgemein erfolgt die Bearbeitung durch Angabe einer Operation - eines Auftrages - und des Namens der zu bearbeitenden Kurve sowie eventuell weiterer Parameter nach der Aufforderung :

GIB AUFTRAG bzw. GIB WEITEREN AUFTRAG

Folgende Operationen sind möglich :

ERZEUGE,LIES EIN,GLEICHE AUS,STELLE DAR,ZEICHNE,DRUCKE,
BEARBEITE,GIB PARAMETER AUS,GIB AUF DATEI AUS,HOLE VON DATEI,
TEST,VARIABEL

sowie die äquivalenten, das Programm beendenden Aufträge
SCHLUSS,ENDE,STOP,FIN,END,NEIN.

Bevor die einzelnen Aufträge näher beschrieben werden,sei noch das syntaktische Schema angegeben:

<Auftrag>::=<Teilauftrag>|<Auftrag>'<Teilauftrag>
<Teilauftrag>::=<einfaches Schlüsselwort>|<beschriebenes
Schlüsselwort>(<Werteliste>)
<einfaches Schlüsselwort>::=SCHLUSS|ENDE|STOP|FIN|END|NEIN
<beschriebenes Schlüsselwort>::=ERZEUGE|LIES EIN|GLEICHE AUS|
STELLE DAR|ZEICHNE|DRUCKE|
BEARBEITE|GIB PARAMETER AUS|
GIB AUF DATEI AUS|TEST|
HOLE VON DATEI|VARIABLE
<Werteliste> wird bei jedem beschriebenen Schlüsselwort er-
läutert. Dazu sei <Name>::=LK|LF|LKM|RG|RF|RGM definiert.

Beschreibung der einzelnen Operationen :

ERZEUGE : <Werteliste>::=<Name>

Hier fordert das Programm zur Eingabe der je-
weiligen Parameter auf und berechnet die betref-
fende Kurve (bei Radialgeschwindigkeitskurven
beide Komponenten). Die Angabe von LKM bzw. RGM
führt zu einer Fehlermeldung.

LIES EIN : <Werteliste>::=<Name>

Hier fordert das Programm zur Eingabe von Meß-
punkten (Normalpunkte) auf und berechnet äquidi-
stant interpolierte Punkte. Die Angabe von LK, LF,
RG, RF führt zu einer Fehlermeldung.

GLEICHE AUS : <Werteliste>::=<Name>

Hier werden die jeweiligen Parameter durch Aus-
gleichsrechnung nach den beschriebenen Methoden
bestimmt. Die Angabe von LK, LF, RG, RF führt zu
einer Fehlermeldung.

STELLE DAR :<Werteliste>::=<Name>

Die gewählte Kurve wird, soweit sie vorhanden ist, auf dem Bildschirm graphisch dargestellt.

ZEICHNE :<Werteliste>::=<Name>, <Alter>, <Symbol-Nummer>
<Alter>::= ALT|NEU

Von der ausgewählten Kurve wird, soweit sie vorhanden ist, auf dem Plotter eine Zeichnung erstellt; falls das Alter mit ALT spezifiziert ist, zeichnet man in eine bereits bestehende Zeichnung hinein (etwa zu Vergleichszwecken). Falls die Symbol-Nummer ungleich Null ist, werden zusätzlich einzelne weitere Punkte mit verschiedenen Symbolen eingezeichnet. Die Koordinaten dieser Punkte können dabei wahlweise eingegeben oder einer Datei entnommen werden.

DRUCKE :<Werteliste>::=<Name>

Die Werte der gewählten Kurve werden -soweit vorhanden- ausgedruckt.

BEARBEITE :<Werteliste>::=<Name>, <Name>, <Zahl>
<Zahl>::= 1|2

Die beiden ausgewählten Kurven werden der Prozedur EVIEW zur Bearbeitung übergeben. Zahl gibt an, ob nur eine Kurve (nämlich die erste) mit Werten besetzt ist oder beide .

GIB PARAMETER AUS :<Werteliste>::=<Name>

Die zu der gewählten Kurve gehörenden Parameter werden ausgegeben.

GIB AUF DATEI AUS : <Werteliste>::=<Name>,<symbolische
Gerätenummer>

Die Werte der ausgewählten Kurve werden einschließlich der zugehörigen Parameter auf die durch die symbolische Gerätenummer ausgewählte Datei ausgegeben.

HOLE VON DATEI :<Werteliste>::=<Name>,<symbolische
Gerätenummer>

Hier werden die auf einer durch die symbolische Gerätenummer angegebene Datei abgespeicherten Werte und Parameter dem Programm unter der Bezeichnung <Name> wieder zugänglich gemacht.

TEST :<Werteliste>::= EIN|AUS

Diese Steueranweisung schaltet einen Überwachungsmodus bei der Berechnung der Lichtkurven ein bzw. aus. Außerdem wird die Vorbesetzung der Parameter in der Prozedur EVIEW beim Auftrag BEARBEITE für die Dauer von TEST(EIN) außer Kraft gesetzt.

VARIABEL :<Werteliste>::= EIN|AUS

Diese Steueranweisung schaltet den Programmmodus mit zeitveränderlichen Systemparametern ein bzw. aus.

Die Prozeduren LIES, EBILD und EVIEW können nicht im Hauptprogramm vereinbart werden, da sie mit unterschiedlicher Parameteranzahl aufgerufen werden.

LIES liest und interpretiert den Eingabestring, während EBILD nur Kurven auf dem Plotter zeichnet.

Da die Prozedur EVIEW nicht nur Kurven auf dem Graphik-schirm darstellt, sondern auch einen Großteil der Datenreduktion vornimmt, seien hier die verschiedenen Möglichkeiten kurz beschrieben:

Neben der Grundtätigkeit, maximal zwei Kurven sowie deren Differenz auf dem Bildschirm darzustellen, wobei gegebenenfalls automatisch eine Zerlegung in mehrere Teilbilder erfolgt, falls die Anzahl der darzustellenden Punkte zu groß ist, kann man mit EVIEW diese Daten oder einen auszuwählenden Teil davon unter Sichtkontrolle verändern. Dabei ist jederzeit der Grundzustand der Daten wiederherstellbar. Folgende Veränderungen sind im unmittelbaren Dialog möglich:

- a) Einzelne Werte oder auch ganze Bereiche können auf einzugebende Werte gesetzt werden.
- b) Einzelne Bereiche können durch andere Bereiche desselben oder eines anderen Feldes, eventuell auch spiegelverkehrt, ersetzt werden. (Wichtig z.B. für die Prüfung von Minima der Lichtkurven auf Symmetrie.)
- c) In einem bestimmten Bereich können die Werte durch die Werte eines Interpolationspolynoms ersetzt werden. Die erforderlichen Stützstellen können frei gewählt werden.
- d) In einem bestimmten Bereich werden die Werte wahlweise durch ein Ausgleichspolynom vorzugebenden Grades oder

durch ausgleichende Splinefunktionen geglättet, wobei gewisse Punkte bei der Ausgleichung unberücksichtigt bleiben können.

- e) In einem bestimmten Bereich können die Werte durch gleitende Mittel vorzugebender Breite oder auch durch ihren arithmetischen Mittelwert ersetzt werden.
- f) Eine Fouriertransformation der Werte eines gewissen Bereichs, die Filterung der Fourierkoeffizienten mit verschiedenen wählbaren Filtern sowie die anschließende Rücktransformation kann ausgeführt werden.
- g) Man kann Arithmetik (+, -, *, /) auf den Feldern ausführen. Ein Beispiel soll dies verdeutlichen: Es seien die Felder Y1 und Y2 vorhanden und man will komponentenweise dem Feld Y2 die Werte $\frac{Y2-Y1}{Y2+Y1}$ zuweisen; dies ist durch die folgenden Eingabestrings möglich:
 $H1:=Y2-Y1; \quad H2:=Y2+Y1; \quad Y2:=H1/H2;$
- h) Man kann jederzeit eigene Operationen auf den zu bearbeitenden Feldern definieren. Die Datenreduktion der Meßwerte wird auf diese Weise vollzogen.

Bei allen diesen Tätigkeiten wird das Ergebnis sofort graphisch dargestellt.

Eine Reihe von Prozeduren wie EBILD, EVIEW und Programmen wie Radialgeschwindigkeitskorrektur, Radialgeschwindigkeitskurvenanalyse, Lichtkurvenanalyse werden bereits seit längerem in der Universitäts-Sternwarte München verwendet. Für sie bestehen ausführliche Beschreibungen.

Literaturverzeichnis

- 1 Russell, H.N. : 1912, APJ 35, 315
1912, APJ 36, 54
- 2 Russell, H.N. und Shapley, H. : 1912, APJ 36, 239
1912, APJ 36, 385
- 3 Russell, H.N. und Merrill, J.E. : 1952, Princeton Contr., 26
- 4 Hill, G. und Hutchings, J.B. : 1970, APJ 162, 265
1973, Astrophys & Sp. Sci 20, 123
- 5 Wood, D.B. : 1971, AJ 76, 701
1973, MN 164, 53
- 6 Wood, D.B. und Devinney, E.J : 1971, APJ 166, 605
- 7 Ammon, H. : priv. Mitteilung
- 8 Escher-Vetter, P.-K. : 1971, Diplomarbeit, Univ.-Sternwarte
München
- 9 Peters, G. und Wilkinson, J.H. : 1969, The Computer Journal 12
398
- 10 Kopal, Z. : 1959, Close Binary Systems, London
- 11 Böhmer, K. : 1974, Spline Funktionen, Stuttgart
- 12 Schultz, M.H. : 1973, Spline Analysis, Englewood Cliffs, N.J.
- 13 Späth, H. : 1973, Spline-Algorithmen zur Kontrolle glatter
Kurven und Flächen, München-Wien
- 14 Scheffler, H. und Elsässer, H. : 1974, Physik der Sterne
und der Sonne, Zürich
- 15 Heintz, W.D. : 1971, Doppelsterne, München
- 16 Baize, P. : 1962, J. Obs. 45, 117
- 17 Beer, A. : 1970, Vistas in Astronomy 12
- 18 Wesselink, A.J. : 1941, Ann. Leiden 17
- 19 Barwiq, H.D. : 1976, Dissertation, Universitäts-Sternwarte
München
- 20 Frascato, M.G. : 1972, An Atlas of Light Curves of
Eclipsing Binaries, Turin

Herrn Prof. Dr. P. Wellmann bin ich für die
Anregung zu dieser Arbeit und seinem steten, der
Durchführung förderlichen Interesse und seiner Hilfe
sehr dankbar.

Meinen Kollegen am Institut, vor allem Herrn
Dr. G. Pöllitsch, sei für viele kritische Diskussionen
herzlich gedankt.

Lebenslauf

Name : Peter-Kristian Escher-Vetter

Geburtsdatum : 17. Juli 1946

Geburtsort : Göggingen/Augsburg

Eltern : Dr. Gerhard Escher
Jutta Escher, geb. Vetter

Schulen : 1952 - 56 Volksschule in Augsburg
1956 - 65 Holbein-Gymnasium, Augsburg
Reifezeugnis vom 20. Juli 1965

Studium : WS 65/66 bis SS 74 Studium der Physik
an der Universität München
Diplomhauptprüfung Physik 28. Januar 1972
Thema der Arbeit : Formelmäßige Darstellung und Analyse der Lichtkurven von Bedeckungsveränderlichen

Tätigkeit : Seit März 1972 Verwalter einer wiss. Assistentenstelle am Institut für Astronomie und Astrophysik der Universität München

